Hatber

Castles of Europe

Վարժությունների լուծումներ

copybook

80 A5 sheets
class C
made in Russia

5.

$$\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin y & \cos y \end{vmatrix} = \cos x \cos y - \sin x \sin y = \cos(x+y)$$

7. $$\begin{vmatrix} a & 1 & a \\ -1 & -a & 1 \\ a & -1 & a \end{vmatrix} = -a^3 + a + a + a^3 + a + a = \cancel{-2a^3} + 4a$$

20ш) $$\begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & x \\ 2 & -1 & 0 \end{matrix}$$

$-4 + 4x + 3x - 16 = 0$

$7x = 20$

$x = \frac{20}{7}$;

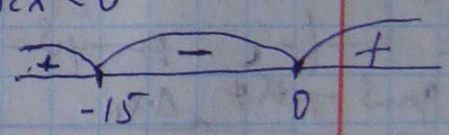
22ш) $$\begin{vmatrix} x^2 & 3 & 1 \\ x & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \end{vmatrix} < 0$$

$-4x^2 - 3x + 3x^2 - 12x < 0$

$x^2 + 15x < 0$

$x(x+15) < 0$

$x \in (-15; 0)$



Ответ 1

Домашнее задание 2 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 20 п, q; 21, 22 п, р:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0 \cdot A_{13} + 0 A_{23} + 3 A_{33} = 3 \cdot (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 0 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 5 + 48 - 40 - 18 = -5$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 3 A_{12} + 5 \cdot A_{32} =$$

$$= 3 \cdot (-1)^{1+2} \cdot (10) + 5 \cdot (-1)^{3+2} \cdot 7 =$$

$$= 30 - 35 = -5$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 5 + 48 - 40 - 18 = -5$$

$$\begin{matrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{matrix}$$

գծային հանրահաշվի համակարգերի լուծումը Կրամերի կանոնով

գրենք 3 անհայտով 3 գծային հանրահաշվական հավասարումներից հավասարումներ

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 & A_{11} \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \quad (1) & A_{21} \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 & A_{31} \end{cases}$$

գրենք (1) համակարգի համար հատկորոշիչը

$a_{11} \to a$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (2)$$

$$\Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$$

$$a_{11}A_{31} + a_{12}A_{32} + a_{13}A_{33} = 0$$

Պրպտենք (1) համակարգերից մեզ հետաքրքրող (1) համակարգի I հավասարումը բազմապատկենք A_{11}-ով, II-ը A_{21}-ով, III-ը A_{31}-ով և գումարենք

$$\overbrace{(a_{11}A_{11} + \underbrace{a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}}_{=0})}^{\Delta \cdot x_1}x_1 + \overbrace{(a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31})}^{0}x_2 +$$

$$+ (a_{13}A_{11} + a_{23}A_{21} + a_{33}A_{31})x_3 = b_1A_{11} + b_2A_{21} + b_3A_{31}$$

$$\Delta x_1 =$$

$$b_1A_{11} + b_2A_{21} + b_3A_{31}$$

$$\Delta \cdot x_1 = \Delta_{x_1}$$

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}$$

$$x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}$$

$$x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}$$

Կրամերի կանոնն (3)

$$\begin{cases} \overset{1}{2x_1} + \overset{1}{3x_2} - \overset{2}{x_3} = 3 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & +3 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -4 - \cancel{4} - 18 + \cancel{4} - 24 - 3 = -49$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 5 & -2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -6 - 20 + 36 - 8 - \cancel{36} - 15 = -49$$

$$\cancel{\Delta_{x_2}}$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 10 - 4 - 18 - 10 - 24 - 3 = -49$$

$$\cancel{\Delta_{x_3}}$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \\ -2 & 4 & 4 \end{vmatrix} = -16 + 12 - 20 = -98$$

$$x_1 = \frac{-49}{-49} = 1$$

$$x_2 = \frac{-49}{-49} = 1$$

$$x_3 = \frac{-98}{-49} = 2$$

Пр: (1; 1; 2)

ипдз 1.2 59 18 — 108:

108. $\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5x - 3z = 6 \end{cases}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -6 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & -3 \end{vmatrix} = -6 - 90 + 30 + 24 - 25 + 27 = -40$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 12 & 3 & -6 \\ -10 & 2 & 5 \\ 6 & 5 & -3 \end{vmatrix} = -72 + 300 + 90 + 72 - 300 - 90 = 0$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 12 & -6 \\ 3 & -10 & 5 \\ 2 & 6 & -3 \end{vmatrix} = 30 - 108$$

Шаблон задания

1. $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 2$;

2. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2$;

3. $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix} = (a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$

4. $\begin{vmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix} = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$;

5. $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin y & \cos y \end{vmatrix} = \cos x \cos y - \sin x \sin y = \cos(x+y)$

6. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 2\cdot(-2)\cdot 3 + 5\cdot(-2)\cdot 4 + 3 - 1\cdot(-2)\cdot 4 - (-2)\cdot 2 - 5\cdot 3\cdot 3 = -12 - 40 + 3 + 8 + 4 - 45 = -82$

7. $\begin{vmatrix} a & 1 & a \\ -1 & -a & 1 \\ a & -1 & a \end{vmatrix} = -a^3 + a + a + a^3 + a + a = 4a$;

8. $\begin{vmatrix} 1 & b & 1 \\ 0 & b & 0 \\ b & 0 & -b \end{vmatrix} = -b^2 - b^2 = -2b^2$

9. $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ x & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} = -x^3 + x^2 - x + x^3 - x + x^2 = 2x^2 - 2x$;

10. $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix} = -a^3 - a^3 + a^3 - a^3 - a^3 - a^3 = -4a^3$

11. $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix} = x^2y + y^2z + xz^2 - yz^2 - x^2z - xy^2 = \cancel{xy(x-y) + xz(z-x) + yz(y-z)}$

12. $\begin{vmatrix} ax & a^2+x^2 & 1 \\ ay & a^2+y^2 & 1 \\ az & a^2+z^2 & 1 \end{vmatrix} = ay(a^2+z^2) - az(a^2+y^2) - ax(a^2+z^2) + az(a^2+x^2) + ax(a^2+y^2) - ay(a^2+x^2) =$
$= a(a^2+z^2)(y-x) - a(a^2+y^2)(z-x) + a(a^2+x^2)(z-y)$

13. $\cancel{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}}$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 12 & 3 & -6 \\ -10 & 2 & 5 \\ 6 & 5 & -3 \end{vmatrix} = -72 + 300 + 90 + 72 - 300 - 90 = 0$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 12 & -6 \\ 3 & -10 & 5 \\ 2 & 6 & -3 \end{vmatrix} = 30 - 108$$

Шедуль шрифтлеуі

1. $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 2$; 2. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2$; 3. $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix} = (a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2 = 4ab$

4. $\begin{vmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix} = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$; 5. $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin y & \cos y \end{vmatrix} = \cos x \cos y - \sin x \sin y = \cos(x+y)$

6. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 2\cdot(-2)\cdot 3 + 5\cdot(-2)\cdot 4 + 3 - 1\cdot(-2)\cdot 4 - (-2)\cdot 2 - 5\cdot 3\cdot 3 = -12 - 40 + 3 + 8 + 4 - 45 = -82$

7. $\begin{vmatrix} a & 1 & a \\ -1 & -a & 1 \\ a & -1 & a \end{vmatrix} = -a^3 + a + a + a^3 + a + a = 4a$; 8. $\begin{vmatrix} 1 & b & 1 \\ 0 & b & 0 \\ b & 0 & -b \end{vmatrix} = -b^2 - b^2 = -2b^2$

9. $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ x & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} = -x^3 + x^2 - x + x^3 - x + x^2 = 2x^2 - 2x$; 10. $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix} = -a^3 - a^3 + a^3 - a^3 - a^3 - a^3 = -4a^3$

11. $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix} = x^2y + y^2z + xz^2 - yz^2 - x^2z - xy^2 = \cancel{xy(x-y) + xz(z-x) + yz(y-z)}$

12. $\begin{vmatrix} ax & a^2+x^2 & 1 \\ ay & a^2+y^2 & 1 \\ az & a^2+z^2 & 1 \end{vmatrix} = ay(a^2+z^2) - az(a^2+y^2) - ax(a^2+z^2) + az(a^2+x^2) + ax(a^2+y^2) - ay(a^2+x^2) =$
$= a(a^2+z^2)(y-x) - a(a^2+y^2)(z-x) + a(a^2+x^2)(z-y)$

13. $\cancel{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}} +$

20ш) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$: $\Delta = -4 - 16 + 7x = 0 \Rightarrow x = \frac{20}{7}$; Пр: $\frac{20}{7}$;

в) $\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$: $\Delta = -6 - 3x^2 + 9x + 2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{array}\right.$; Пр: $\{2;3\}$;

д) $\begin{vmatrix} 3 & x & -x \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$: $\Delta = (x+10)(3x - x) - 9 - 2x - 3 - 3 - 2x = 2x^2 + 20x - 4x - 15 = 2x^2 + 16x - 15 = 0$

$x_{12} = \frac{-8 \pm \sqrt{94}}{2}$; Пр: $\left\{\frac{-\sqrt{94} - 8}{2}; \frac{\sqrt{94} - 8}{2}\right\}$;

21. $\begin{vmatrix} x & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} > 1$: $\Delta = -22 - 2x + 3 > 1 \Rightarrow 2x < -20 \Rightarrow x \in (-\infty; -10)$; Пр: $(-\infty; -10)$;

22ш) $\begin{vmatrix} x^2 & 3 & 1 \\ x & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \end{vmatrix} < 0$: $\Delta = -3x + 3x^2 - 4x^2 - 12x < 0 \Rightarrow x^2 + 15x > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -15) \cup (0; +\infty)$

✓ в) $\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & y \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0$:

108. ш) $\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ 3x_1 + x_2 = 5 \end{cases}$: $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$: $\Delta = 4$; $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$: $\Delta_{x_1} = 8$, $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ $\Delta_{x_2} = -4$

$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = 2$, $x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = -1$; Пр: $(2; -1)$

в) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 3 \\ 3x_1 - x_2 = 10 \end{cases}$: $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$: $\Delta = -11$; $\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 10 & -1 \end{vmatrix}$ $\Delta_{x_1} = -33$; $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{vmatrix}$ $\Delta_{x_2} = 11$

$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = 3$; $x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = -1$; Пр: $(3; -1)$

д) $\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$: $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -6 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & -3 \end{vmatrix} = \Delta = -31 - 63 + 54 = -40$; $\Delta_x = \begin{vmatrix} 12 & 3 & -6 \\ -10 & 2 & 5 \\ 6 & 5 & -3 \end{vmatrix} = -312 + 210 +$

$+162 = 372 - 372 = 0$:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 12 & -6 \\ 3 & -10 & 5 \\ 2 & 6 & -3 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 12 \\ 3 & 2 & -10 \\ 2 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 62 + 42\cdot 3 - 108 = 80$$

Дакле, тражено решење је $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 0$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 0$, $z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = -2$.

Реш. $(0; 0, -2)$

б) а) $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + 6y + 5z = 0 \\ x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -2 - 4 + 6 = 0$:

$\Delta_x = 0$, $\Delta_y = 0$, $\Delta_z = 0$: Систем има бесконачно много решења:

б) $\begin{cases} 2x - 3y + z = -1 \\ x + y + z = 6 \\ 3x + y - 2z = -1 \end{cases}$: $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -5 - 7 - 11 = -23$, $\Delta_x = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 6 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 4 + 7 - 34 = -23$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} = -19 - 1 - 26 = -46, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -51 - 13 - 5 = -69$$

$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-23}{-23} = 1$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 2$, $z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = 3$: Реш. $(1, 2, 3)$:

в) $\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 3x + 2y + z = 10 \\ 4x + 3y - 2z = 4 \end{cases}$: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 1 + 5 + 8 = 14$, $\Delta_x = \begin{vmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 10 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 22 - 16 + 8 = 14$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 8 & 1 \\ 3 & 10 & 1 \\ 4 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -28 + 28 + 28 = 28, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 3 & 2 & 10 \\ 4 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -22 + 28\cdot 2 + 8 = 42$$

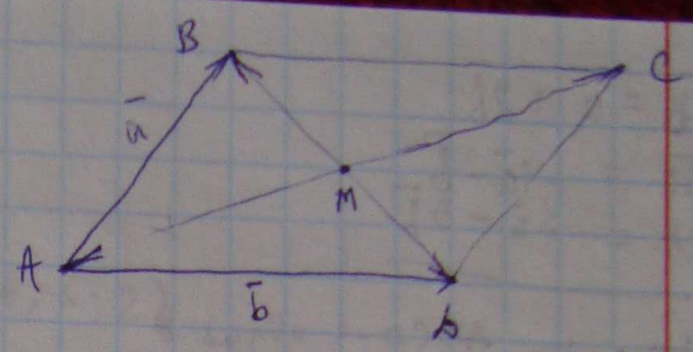
$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 1$, $y = 2$, $z = 3$: Реш. $(1, 2, 3)$:

110 а) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$: $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 19$, $\Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 9 & 5 \end{vmatrix} = 38$, $\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 9 \end{vmatrix} = 19$.

$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 2$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 1$: Реш. $(2; 1)$:

б) $\begin{cases} 3x + 2y + z = 14 \\ \end{cases}$

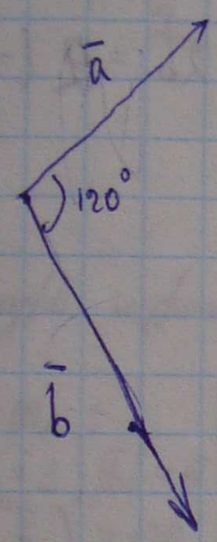
23. $\overline{AB} = \bar{a}$
$\overline{AD} = \bar{b}$

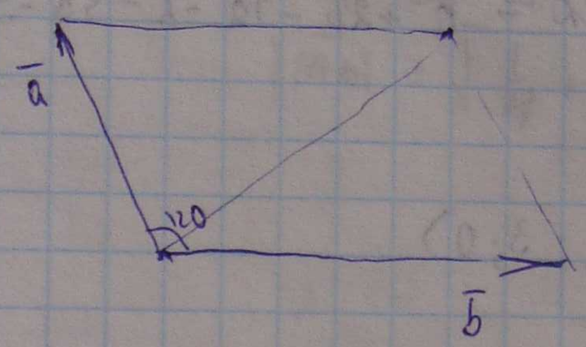


$\overline{MA} = -\frac{1}{2}\overline{AC} = -\frac{1}{2}(\bar{a}+\bar{b})$
$MC = \frac{1}{2}\overline{AC} =$

$|\bar{a}|^2 = \bar{a}^2$

27.



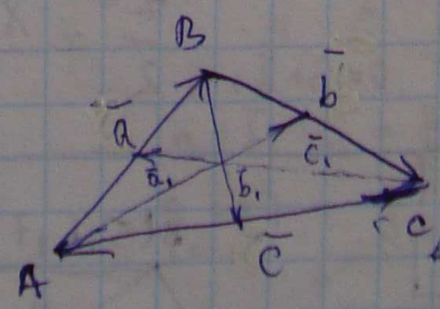


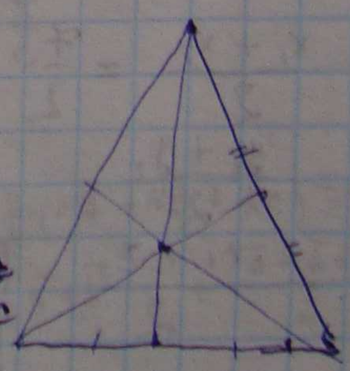
$\cancel{\bar{a}+\bar{b}=\bar{c}}$

$\bar{F}\cdot\bar{S} = |\bar{F}||\bar{S}|\cos\alpha$ $\qquad \varphi = (\widehat{\bar{a};b})$
$\bar{a}\bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|\cos\varphi$
$\bar{a}=\bar{b}$ $\quad \bar{a}\cdot\bar{a} = |\bar{a}||\bar{a}|\cos 0$
$\bar{a}^2 = |\bar{a}|^2$
$|\bar{a}+\bar{b}|^2 = (\bar{a}+\bar{b})^2 = \bar{a}^2 + 2\bar{a}\bar{b} + \bar{b}^2 = 19$
$|\bar{a}+\bar{b}| = \sqrt{19}$

Домашнє: 27, 29, 30, 31, 42, 43, 44; 45, 46

28
a



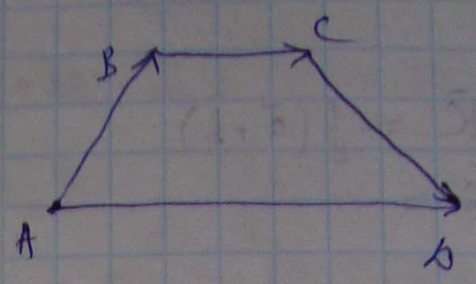


35. $\overline{AB} = \bar{a} + 2\bar{b}$

$\overline{BC} = -4\bar{a} - \bar{b}$

$\overline{CD} = -5\bar{a} - 3\bar{b}$

Цифр. пр. ABCD-ч шыңы ж



$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{AD}$

$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = \bar{a} + 2\bar{b} - 4\bar{a} - \bar{b} - 5\bar{a} - 3\bar{b} = -8\bar{a} - 2\bar{b} = 2(-4a - \bar{b})$

47.

A (4, 5, 6) B (−2; 3; 0)

Табу. $\overline{BA} = \bar{a}$ $|a|$ $\bar{a}^\circ$

$\overline{BA} = \bar{a}\{$ $\overline{BA} = \bar{a}\{6; 2; 6\}$

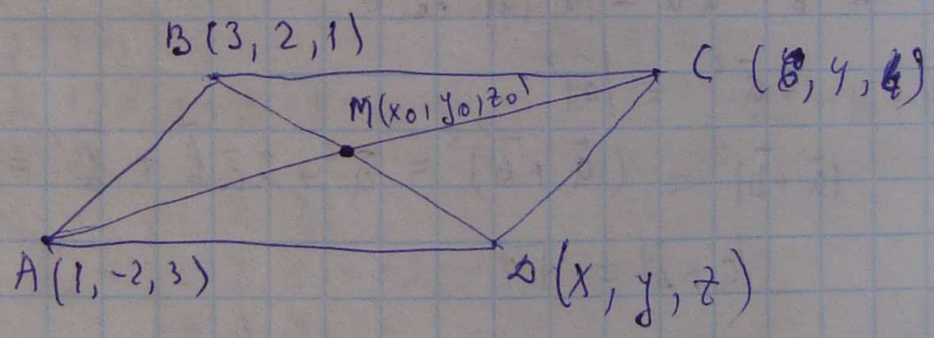
$|a| = \sqrt{36 + 4 + 36} = 2\sqrt{19}$

$\bar{a}^\circ = \left\{ \frac{3\sqrt{19}}{19}; \frac{\sqrt{19}}{19}; \frac{3\sqrt{19}}{19} \right\}$:

44. A (1, −2, 3)

B (3, 2, 1)

C (6, 4, 4)

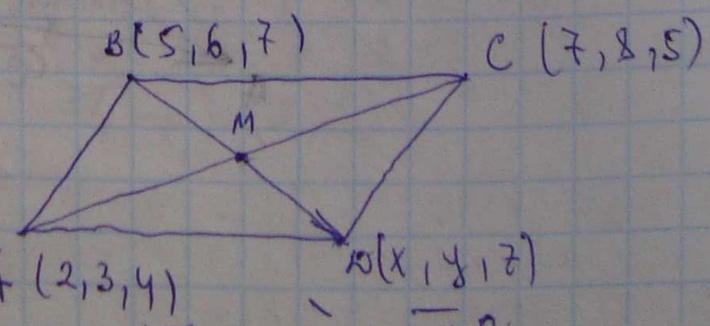


$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{7}{2}$

$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$\frac{7}{2} = \frac{x + 3}{2}$

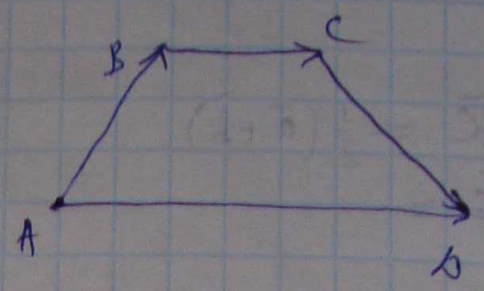


Ортасы $\overline{MD}$ -н бағыты ұқсас $\overline{MD}^\circ$

35. $\overline{AB} = \bar{a} + 2\bar{b}$

$\overline{BC} = -4\bar{a} - \bar{b}$

$\overline{CD} = -5\bar{a} - 3\bar{b}$



Чтобы пр. ABCD – параллелограмм

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{AD}$

$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = \bar{a} + 2\bar{b} - 4\bar{a} - \bar{b} - 5\bar{a} - 3\bar{b} = -8\bar{a} - 2\bar{b} = 2(-4a - \bar{b})$

47.

A (4, 5, 6) B (−2; 3; 0)

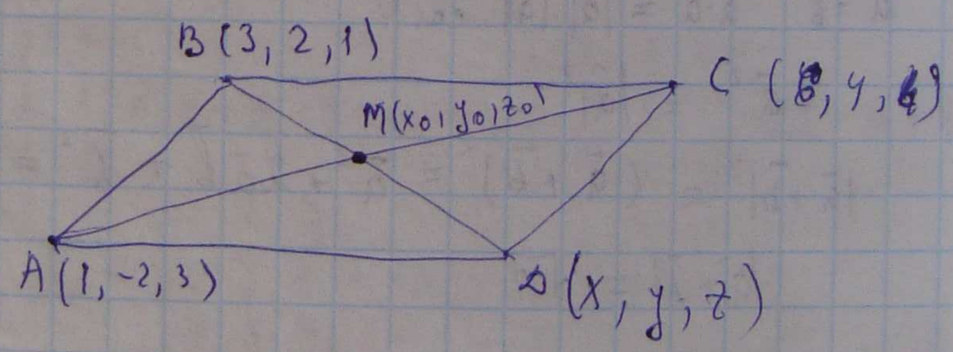
Найти $\overline{BA} = \bar{a}$ $|a|$ $\bar{a}^0$

$\overline{BA} = \bar{a}\{$ $\overline{BA} = \bar{a}\{6; 2; 6\}$

$|a| = \sqrt{36 + 4 + 36} = 2\sqrt{19}$ ответ

$\bar{a}^0 = \left\{\frac{3\sqrt{19}}{19}; \frac{\sqrt{19}}{19}; \frac{3\sqrt{19}}{19}\right\}$:

44. A (1, −2, 3)
B (3, 2, 1)
C (6, 4, 4)

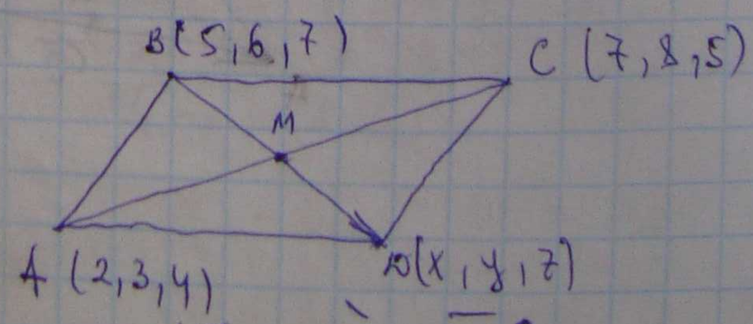


$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{7}{2}$

$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$\frac{7}{2} = \frac{x+3}{2}$



Найти $\overline{MD}$ – в данном случае $\overline{MD}^0$

$\overline{MB}\{\ \}$ $M(4{,}5;\ 5{,}5;\ 4{,}5)$

$\frac{9}{2} = \frac{5+x}{2}$ $\quad x = 4$

$\frac{11}{2} = \frac{6+y}{2}$ $\quad y = 5$

$\frac{9}{2} = \frac{7+z}{2}$ $\quad z = 2$

$b(4;5;2)$

$\cancel{\overline{MB}\{-1;\ -1;\ -5\}}$

$\overline{MB}\left\{-\frac{1}{2};\ -\frac{1}{2};\ -2{,}5\right\}$

$|\overline{MB}| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 6{,}25} =$

Решить задачи

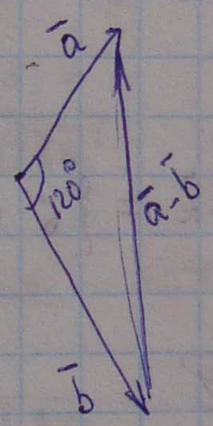
27. Пр 5

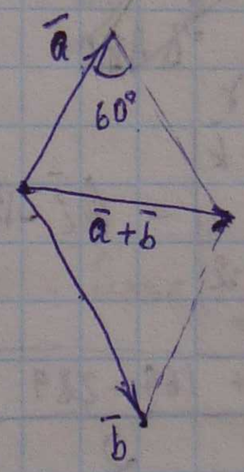
$|\bar{a}| = 3;\ |\bar{b}| = 5$

$(\widehat{\bar{a}\ \bar{b}}) = 120°$

$|\bar{a}+\bar{b}|$ - ?

$|\bar{a}-\bar{b}|$ - ?





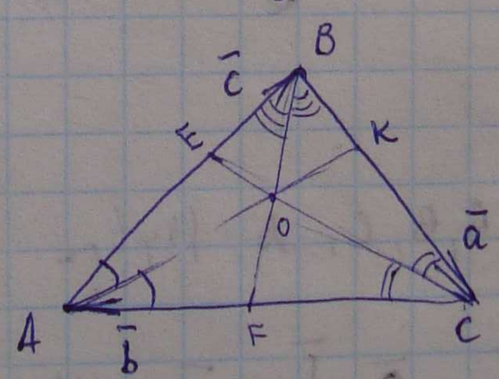
$|\bar{a}+\bar{b}| = \sqrt{|a|^2 + |b|^2 - 2|a||b|\cos 60°} = \sqrt{19}$

$|\bar{a}-\bar{b}| = \sqrt{|a|^2 + |b|^2 - 2|a||b|\cos 120°} = 7$

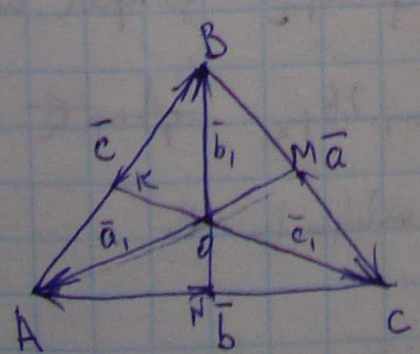
29. Пр 5

$\overline{AB} = \bar{c}$, $\overline{BC} = \bar{a}$

$\overline{CA} = \bar{b}$



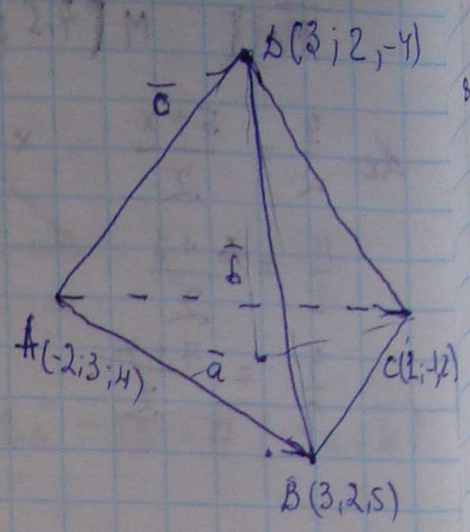
30.



$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} = 0$

$\bar{a}_1 + \bar{b}_1 + c_1 = \frac{2}{3}(\overline{MA} + \overline{NB} + \overline{KC}) = \frac{2}{3}\left(\bar{b} + \frac{\bar{a}}{2} + \frac{\bar{b}}{2} + \bar{c} + \frac{\bar{c}}{2} + \bar{a}\right) = \frac{2}{3}\left(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \frac{\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}}{2}\right) = 0$

Դասագիրք 54, 58, 59, 61, 63, 64, 65, 68, 78, 79, 88, 90ա, 92, 93, 94, 95



65. 1. $\bar{AB}\{5;-1;1\}$

2. $|\bar{AB}| = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

3. գտնենք $\bar{a}$ -ի ուղղ. կոսինուսները

$$\bar{a}^0 = \frac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \left\{\frac{5}{3\sqrt{3}}; -\frac{1}{3\sqrt{3}}; \frac{1}{3\sqrt{3}}\right\}$$

4. $\bar{a}\bar{b} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z$

$\bar{b}\{3;-4;-2\}$, $\bar{a}\{5;-1;1\}$

$\bar{a}\bar{b} = 15 + 4 - 2 = 17$

5. գտնենք $\text{пр}_{\bar{b}}\bar{a} = \frac{\bar{a}\bar{b}}{|\bar{b}|} = \frac{17}{\sqrt{29}}$

6. գտնենք $\bar{a}\times\bar{b}$, հետո S_{ABC}

$$\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 5 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & -2 \end{vmatrix} = 6\bar{i} - 13\bar{j} - 17\bar{k} = \{6; 13; -17\}$$

7. $S_{ABC} = \frac{|\bar{a}\times\bar{b}|}{2} = \frac{\sqrt{36+169+289}}{2} = \frac{\sqrt{494}}{2}$

8. V_f -?

9. գտնել որոշ դիրք A, B, C, D կետերը շեղ տրված 1 հարթության վրա

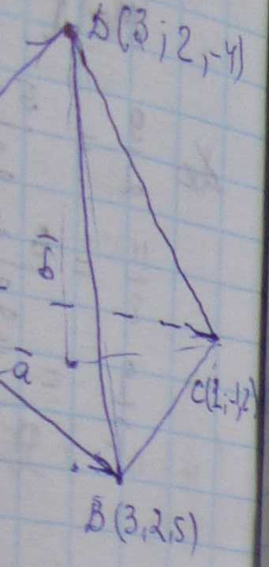
10. գտնել որոշ դիր $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ վեկտորների գծ. կախյալ են

11. գտնել որոշ դիր $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ վեկտորների հարթ. համահարթ են

12. գտնել որոշ դիր $\bar{a}, \bar{b}$ գծ. անկախ են

13. գտնել $\varphi = (\widehat{\bar{a}\,\bar{b}})$ և $\sin\varphi$

14. h_A -?



$\bar{c}\{5;-1;-8\}$

8. $V_F = \cancel{\ }\ \bar{a}\bar{b}\bar{c} = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & -2 \\ 5 & -1 & -8 \end{vmatrix} = 150 - 14 + 17 = 153$

$V_F = \frac{1}{6}\bar{a}\bar{b}\bar{c} = \frac{51}{2}$;

9. $\bar{a}\bar{b}\bar{c} \neq 0$

10. $\bar{a}\bar{b}\bar{c} \neq 0$

11. $\bar{a}\bar{b}\bar{c} \neq 0$

12. f-mlt ny $\frac{a_x}{b_x} \neq \frac{a_y}{b_y} = \frac{5}{3} \neq \frac{1}{4}$

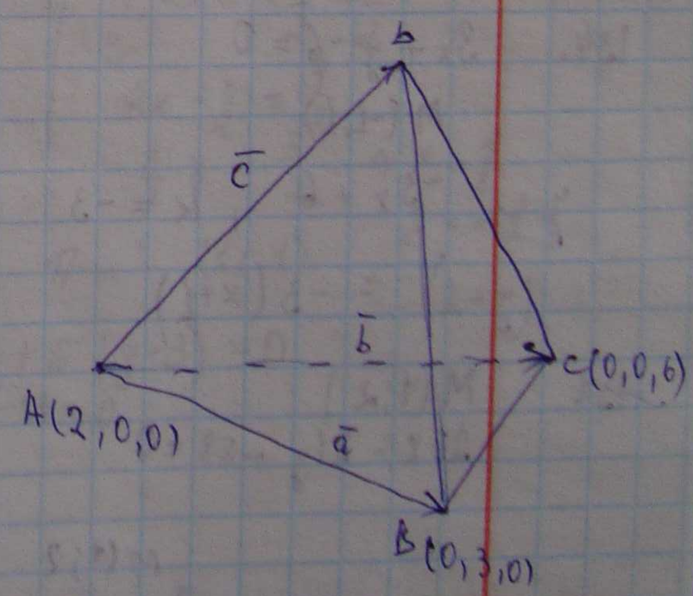
$V_F = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h_D = \frac{\sqrt{494}}{6} \cdot h_D = 153$

$h_D = \frac{153 \cdot 6}{\sqrt{494}}$

14. ~~cos φ =~~ ~~sin φ = S_A~~ $S_{ABC} = \frac{1}{2}|\bar{a}||b|\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = \frac{2S_{ABC}}{|a||b|} =$ $S_{ABC} = \frac{\sqrt{494}}{2}$ $|a| = 3\sqrt{3}$; $b = \sqrt{29}$

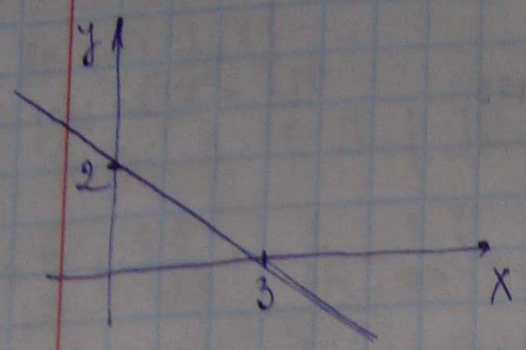
$= \frac{\sqrt{494}}{\sqrt{27 \cdot 29}} = \sqrt{\frac{494}{783}}$

~~Стр. 5~~ 94.



127 – 137

127.



$2x + 3y = 6$

$x = 0 \quad y = 2$

$y = 0 \quad x = 3$

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ A_1x + B_1y + C_1 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{A}{A_1} \neq \frac{B}{B_1}$$

$$\frac{A}{A_1} = \frac{B}{B_1} \neq \frac{C}{C_1}$$

$$\frac{A}{A_1} = \frac{B}{B_1} = \frac{C}{C_1}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = 8 \end{cases} \quad \varnothing$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{3}{4}$$

129. $M_1(-1;3)$

$\vec{n}\{2;5\}$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 2(x+1) + 5(y-3) = 2x + 5y - 13$

131. $M(1;2)$

$y - 2 = \operatorname{tg} 60 (x - 1)$

$y - 2 = \sqrt{3}(x - 1)$

134. $3x + y - 6 = 0$

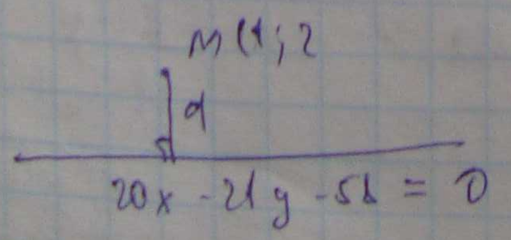
$M(-1;1)$

$y = -3x + 6, \quad k = -3$

$(y - 1) = -3(x + 1)$

137. $M(1;2)$

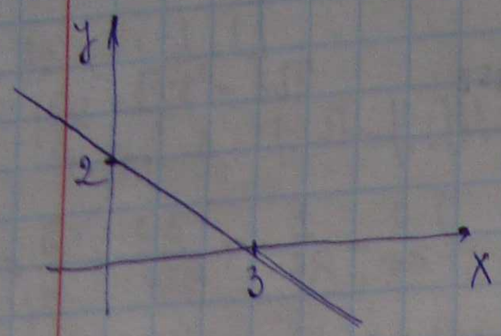
$20x - 21y - 58 = 0$



$$d = \frac{|1 \cdot 20 - 2 \cdot 21 - 58|}{\sqrt{400 + 441}} = \frac{80}{\sqrt{841}}$$

127 – 137

127.



$2x + 3y = 6$

$x = 0 \quad y = 2$

$y = 0 \quad x = 3$

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ A_1x + B_1y + C_1 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{A}{A_1} \neq \frac{B}{B_1}$$

$$\frac{A}{A_1} = \frac{B}{B_1} \neq \frac{C}{C_1}$$

$$\frac{A}{A_1} = \frac{B}{B_1} = \frac{C}{C_1}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = 8 \end{cases} \quad \varnothing$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{3}{4}$$

129. $M_1(-1;3)$

$\vec{n}\{2;5\}$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 2(x+1) + 5(y-3) = 2x + 5y - 13$

131. $M(1;2)$

$y - 2 = tg\,60(x-1)$

$y - 2 = \sqrt{3}(x-1)$

134. $3x + y - 6 = 0$

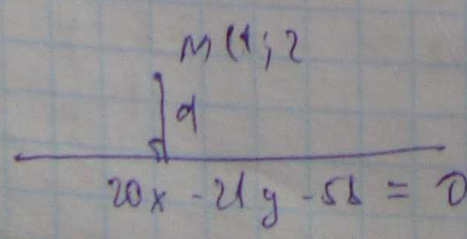
$M(-1;1)$

$y = -3x + 6, \quad k = -3$

$(y-1) = -3(x+1)$

137. $M(1;2)$

$20x - 21y - 58 = 0$

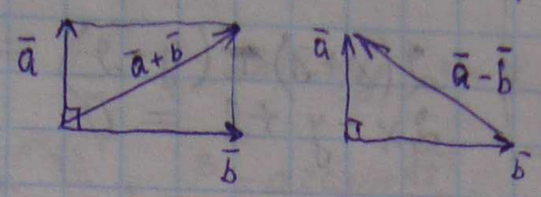


$$d = \frac{|1 \cdot 20 - 2 \cdot 21 - 58|}{\sqrt{400 + 441}} = \frac{80}{\sqrt{841}}$$

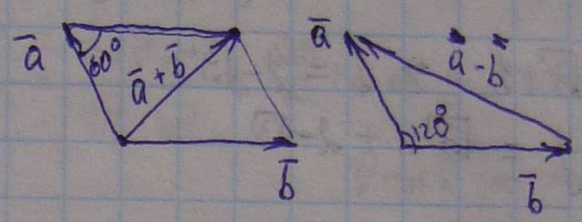
26. $\bar{a} \perp \bar{b}$
$|\bar{b}| = 12$
$|\bar{a}| = 5$
$|\bar{a}+\bar{b}|$ – ?
$|\bar{a}-\bar{b}|$ – ?

Тр-к $\bar{a} \perp \bar{b}$, тогда $|\bar{a}+\bar{b}| = |\bar{a}-\bar{b}| = \sqrt{|\bar{a}|^2+|\bar{b}|^2} = 13$.

Отв: 13.



27. $\bar{a}\,\hat{}\,\bar{b} = 120°$
$|\bar{a}| = 3$; $|\bar{b}| = 5$
$|\bar{a}+\bar{b}|$ – ?; $|\bar{a}-\bar{b}|$ – ?



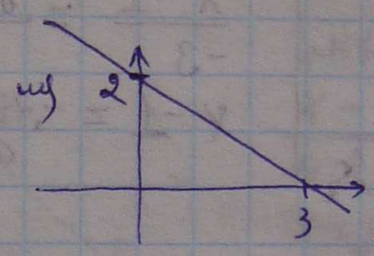
$|\bar{a}+\bar{b}| = \sqrt{|\bar{a}|^2+|\bar{b}|^2-2|\bar{a}||\bar{b}|\cdot\frac{1}{2}} = \sqrt{19}$

$|\bar{a}-\bar{b}| = \sqrt{49} = 7$

Постройте график

127. ш) $2x+3y=6$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$



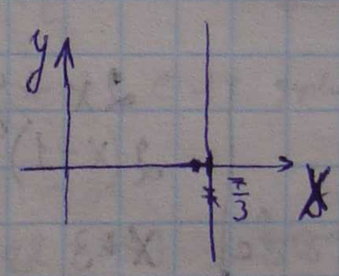
р) $2y+5=0$ $\quad y=-2{,}5$

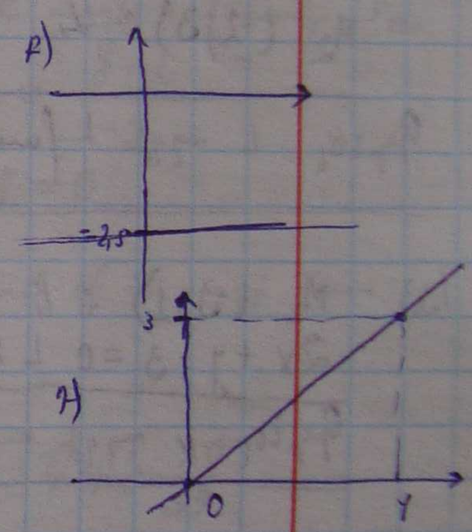
ф) $3x-7=0$ $\quad x=\frac{7}{3}$

ф) $3x=4y$

$x=0$, $y=0$

$x=4$, $y=3$





128. $y = 1-2x$
$x+2y+1=0$

Определите взаимное расположение

$y = 1-2x$

$y = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2}$

$1-2x = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2}$

$2x - \frac{x}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 1$

$y = -1$

Отв: $(1;-1)$

129. $M_1(-1;3) \in 4$
$\bar{N}\{2;5\} \perp 4$

Определите 4 прямой в уравнении

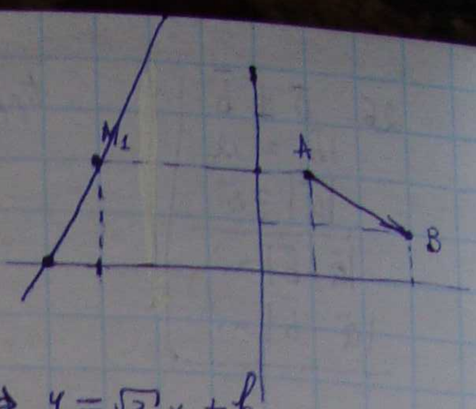
$2(x+1)+5(y-3)=0$

$2x+5y-13=0$

130. $M_1(-3;2) \in 4$
$A(1;2)$, $B(3;1)$
$4 \perp AB$
Арқылы 4 түзу теңдеуін

$\overline{AB} = \{2;-1\}$

$2(x+3) - (y-2) = 0$
$2x - y + 8 = 0$



131. $M(1;2)$
$\varphi = 60°$
Арқылы түзу теңдеуін.

$y = kx + b$, мұнда $k = tg\,\varphi = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sqrt{3}x + b$

$2 = \sqrt{3} + b \Rightarrow b = 2 - \sqrt{3}$

$y = \sqrt{3}x + 2 - \sqrt{3}$

132. $M_1(1;2) \in 4$
$M_2(-2;3) \in 4$
Арқылы 4 түзу теңдеуін

$\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1}$

$x - 1 = -3y - 6$, $x + 3y + 5 = 0$

133. $M_1(-3;1) \in 4$
$2x + y - 3 = 0 \perp 4$
Арқылы 4 түзу теңдеуін

$2x + y - 3 = 0$

$2(x-1) + y - 1 = 0 \perp \bar{n}\{2;1\} \Rightarrow \bar{n} \parallel 4$

$\frac{x+3}{2} = y - 1 \Rightarrow x - 2y + 5 = 0$

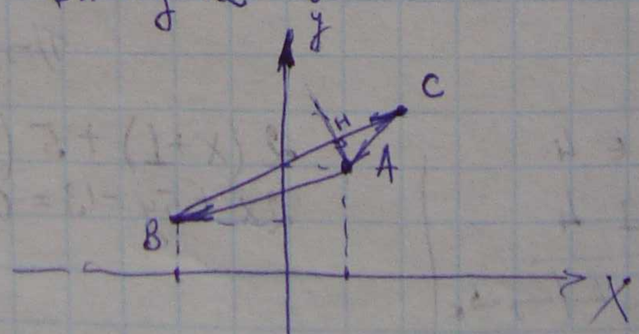
134. $3x + y - 6 = 0 \parallel 4$
$M(-1;1) \in 4$
Арқылы 4 түзу теңдеуін

$3x + y - 6 = 0$

$3(x-2) + y = 0 \perp \bar{n}\{3;1\} \Rightarrow \bar{n} \perp 4$

$3(x+1) + y - 1 = 0$
$3x + y + 2 = 0$

135. $A(1;2)$, $B(-2;1)$
$C(2;3)$
d-?, h-? 4 d-?



~~$\overline{BC}\{1;1\}$, $\overline{CA}$~~ $\overline{BC}\{-4;-2\}$
$\overline{CA}\{-1;-1\}$, $\overline{AB}\{-3;-1\}$

$\Rightarrow$ $BC = |\overline{AB}| = \sqrt{10}$, ~~$|\overline{BC}|$~~ $= |\overline{BC}| = 2\sqrt{5}$
$|\overline{CA}| = \sqrt{2}$

Тағы B және C қорытпасы ортасы нүктесінде

135. $A(2;2)$ $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{2}$ (4) $\Rightarrow x-2y+4=0$

$d_{BC}^{A} = \frac{|1-4+4|}{\sqrt{1+4}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; ΔAHC тг $\sin\gamma = \frac{AH}{AC} = \frac{d}{|\vec{CA}|} = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\gamma = \arcsin$

ΔBHA - тг $\sin\beta = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{10}$, $\beta = \arcsin\frac{\sqrt{2}}{10}$;

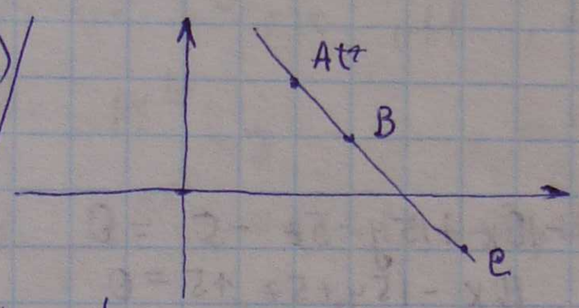
~~$\sin\alpha = \sin(\pi-\alpha-\gamma)$~~ Бо нурлы $\beta = 5\gamma$ $\frac{BC}{\sin\alpha} = \frac{AB}{\sin\gamma} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{BC\cdot\sin\gamma}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $\alpha = \arcsin\frac{\sqrt{5}}{5}$;

Жауабы: $\alpha = \arcsin\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\beta = \arcsin\frac{2}{\sqrt{10}}$

$\gamma = \arcsin\frac{\sqrt{10}}{10}$.

136. $A(2;2)$; $B(3;1)$
$C(5;-1)$
d_{BC}^{A} - ?



Түзудің BC теңдеуін табамыз.

$\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-2}$

$x+y-4=0$

$d_{BC}^{A} = \frac{|2+2-4|}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow$ A-ға, B-ға, C-ға берілген бұл түзу тиісті.

137. $M(1;2)$
$20x-21y-58=0$
$d_{\vec{n}}^{M}$?

$d = \frac{|20-42-58|}{\sqrt{400+441}} = \frac{80}{29}$; Жауабы: $\frac{80}{29}$

138. $3x+y-3\sqrt{10}=0$ (1)
$6x+2y+5\sqrt{10}=0$ (2)
d - ?

теңдік (1) бойынша -ға сәйкес келетін $\begin{cases} x=0 \\ y=3\sqrt{10} \end{cases}$

$M(0;3\sqrt{10})$

$d = \frac{|6\sqrt{10}+5\sqrt{10}|}{\sqrt{40}} = \frac{11\sqrt{10}}{2\sqrt{10}} = 5{,}5$; Жауабы: 5,5.

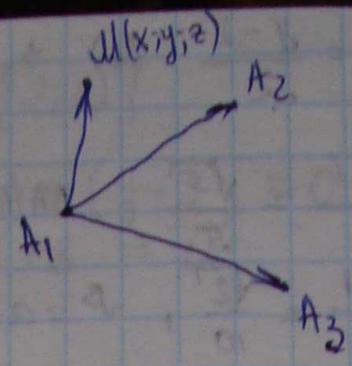
139. $x+y-5=0$
$7x-y-19=0$
φ_1 - ?
φ_2 - ?

I	II
λ, u	v
0 - 20	0 - 20

4.1

$A_1\ (1;3;6)$
$A_2\ (2;2;1)$
$A_3\ (-1,0,1)$
$A_4\ (-4,6,-3)$

$A_1A_2A_3$
A_4 лежит вне
A_4 - пр ||



$\overline{A_1M}\ \{(x-1);(y-3);(z-6)\}$
$\overline{A_1A_2}\ \{1,-1,-5\}$
$\overline{A_1A_3}\ \{-2;-3;-5\}$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-3 & z-6 \\ 1 & -1 & -5 \\ -2 & -3 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

$$-10(x-1)+15(y-3)-5(z-6)=0 \quad -10x+15y-5z-5=0$$
$$10x-15y+5z+5=0$$
$$2x-3y+z+1=0$$

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+b|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{|-8-18-3+1|}{\sqrt{4+9+1}}=\frac{28}{\sqrt{14}}=2\sqrt{14}$$

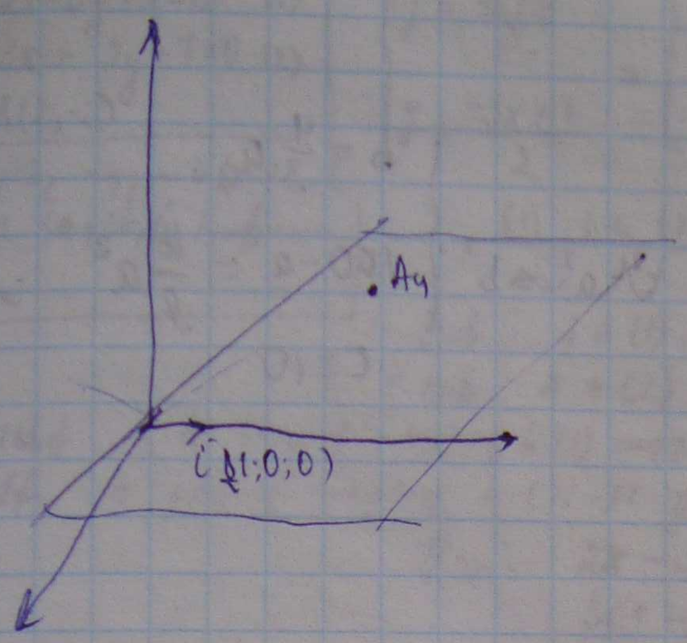
$\bar{n}\ (2;-3;1)$
$A_4(-4;6;-3)$

$$2(x+4)-3(y-6)+z+3=0$$
$$2x-3y+z+29=0$$
$$2x-3y+z=-1$$
$$\frac{x}{-\frac{1}{2}}+\frac{y}{\frac{1}{3}}+\frac{z}{-1}=1$$

$$\frac{x+4}{2}=\frac{y-6}{-3}=\frac{z+3}{1}$$

$\bar{n}\ \{2;-3;1\}$
$\bar{s}\ \{1;-1;-5\}$

$$\sin\varphi=\frac{|2+3-5|}{\sqrt{4+9+1}\sqrt{1+1+25}}=0$$
$$\varphi=0$$



$Ax + By + Cz + D = 0$

$Ax + By + Cz = 0$

$-4A + 6B - 3C = 0$

$A = 0$

$C = 2B$

$By + 2Bz = 0$

$\boxed{y + 2z = 0}$

2,1; 2,2, 3, 4,5: 3-рыг (тойм), 2 хэсэгтэй (2-ыг, 4-ыг, 5-ыг)

II ор: д. 14^15 -ыг

IV ор: д 16^50 (1-17 хүртэх)

$x^2 + y^2$ – эллипс

$3x^2 + 4y^2$ – эллипс

$4x^2 - 6y^2$ – гиперболын

x^2 – параболын

3; 13. $M_0\{-3; ?\}$, $R - ?$

$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$

$x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 + 4y + 4 - 4 - 20 = 0$

$(x-1)^2 + (y+2)^2 - 25 = 0$

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$

$M_0\{1; -2\}$, $R = 5$

3, 18. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

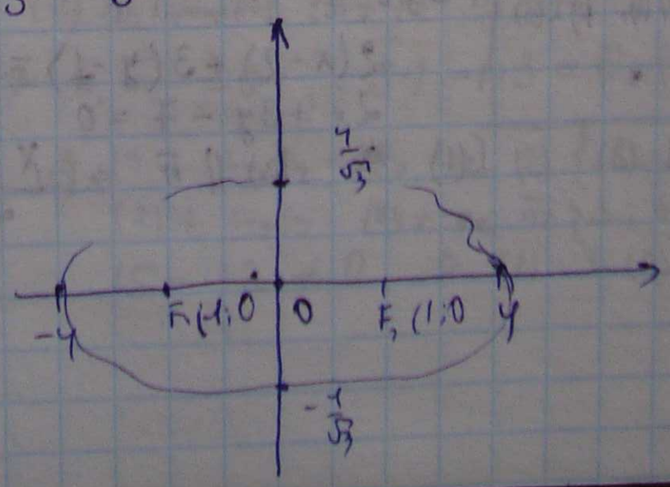
$a = 4$, $M(2; -2)$

$\frac{4}{16} + \frac{4}{b^2} = 1$

$\frac{4}{b^2} = \frac{3}{4}$

$b^2 = \frac{16}{3}$

$c^2 = a^2 - b^2 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$;



3.18. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$y = \pm \frac{4}{3}x$

$2c = 20$

$c = 10$

$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{4}{3} \\ c = 10 \\ c^2 - a^2 = b^2 \end{cases}$ $\quad b^2 + a^2 = b^2$ $\begin{cases} b = \frac{4}{3}a \\ 100 - a^2 = \frac{16}{9}a^2 \\ c = 10 \end{cases}$

$b^2 + \frac{16}{9}a^2 - 100 = 0$

$\begin{cases} b = \frac{24}{3} = 8 \\ a = 6 \\ c = 10 \end{cases}$

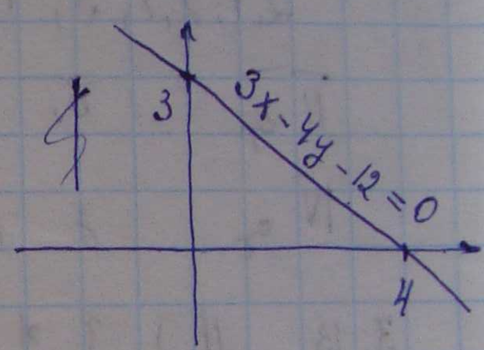
Прямые на плоскости

3.1. $3x - 4y - 12 = 0$ (1)

Найдем координаты точек пересечения, чтобы построить прямую

$3x - 4y = 12$, $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$

(4;0) и (0;3) удовлетв. (1)-ке:



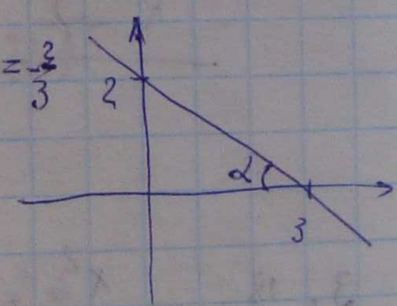
3.2. а) $2x + 3y - 6 = 0$

приведем к-е, к

ох-ту прямой в нормальном

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$, $k = tg(\pi - \alpha) = -tg\alpha = -\frac{2}{3}$

$b = 3$



б) $y - 3 = 0$ $\quad y = 3$, $k = 0$, $b = 0$

3.3. а) $M_0(2;1)$

$2x + 3y - 4 = 0$ (1)

Найдем M_0 удовлетворяющ. уравнению и (1) и а) ∥ (2), б) ⊥ (3) напишем уравнения

(1)-й вектор нормали $\bar{n}\{2;3\}$

а) ∥ (1) ∥ (2) ⇒ $\bar{n}$ - и вектор (2) прямой

уравнение б

$2(x-2) + 3(y-1) = 0$ (2)

$2x + 3y - 7 = 0$

б) ~~(б) ⊥ (3)~~ (3) ⊥ (1) ⇒ (3) ∥ $\bar{n}$ ⇒ $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3}$, $3x - 6 = 2y - 2$

$3x - 2y - 4 = 0$ (3)

$\frac{16}{9}a^2$

3.4. $2x-3y+5=0$ (1)
$3x+2y-7=0$ (2)
$A(2;-3)$

Հայտնել ուղղահայաց գծի 2 գագաթի հավասարումները

$$\begin{cases} y=\frac{2x+5}{3} \\ y=\frac{-3x+7}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+10=-9x+21 \\ y=\frac{2x+5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13x=11 \\ y=\frac{\frac{22}{13}+5}{3}=\frac{22+65}{39}=\frac{87}{39} \end{cases} \quad x=\frac{11}{13}$$

(1)-ի և (2)-ի հատման կետը $\left(\frac{11}{13};\frac{29}{13}\right)$

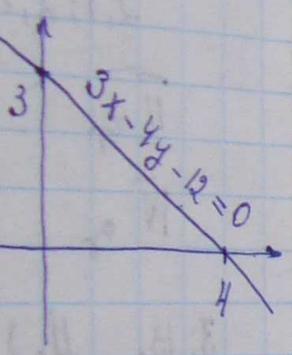
Եթե $A\in(1)$, ապա $2\cdot2-3(-3)+5=0 \Rightarrow 18=0$, սխալ է:
Եթե $A\in(2)$, ապա $3\cdot2-6-7=0 \Rightarrow -7=0$, սխալ է

Գրենք A կետով անցնող և (1) ուղղին $\parallel$ ուղղի հավասարումը՝ $2(x-2)-3(y+3)=0$
Գրենք A կետով անցնող և (2)-ին $\parallel$ ուղղի հավասարումը՝ $3(x-2)+2(y+3)=0$

Պատ.: $2x-3y-13=0$
$3x+2y=0$

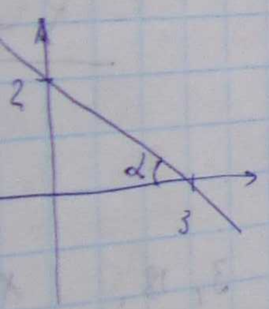
3.5. $A(2;1)$, $B(-1;-1)$
$C(3;2)$

Հայտնել եռանկյան A գագաթից տարված բարձրության հավասարումը

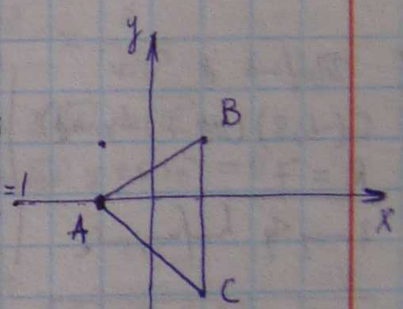


Գրենք B և C կետերով անցնող ուղղի հավասարումը՝
$\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{3}$, $3x+3=4y+4$
$3x-4y-1=0$, որի նормալը է $\bar{n}\{3;-4\}$
$\bar{n}\parallel A$ գագաթից BC կողմի տարված բարձրությունը
$\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-4}$, $-4x+8=3y-3$, $4x+3y-11=0$
Պատ.: $4x-3y-11=0$

3.6. $A(-1;0)$, $B(1;1)$
$C(1;-2)$
$\angle A$ - ?



Գրենք AB և AC ուղղերի հավասարումները՝
$\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}$, $x-2y+1=0$
$-x+2y=1$, $\frac{x}{-1}+\frac{y}{\frac{1}{2}}=1$



$\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-2}$, $-2x-2=2y$, $x+y+1=0$
$-x-y=1$ $\quad \frac{x}{-1}+\frac{y}{-1}=1$

$k_1=-\frac{1}{2}$, $k_2=1$, $\operatorname{tg}\alpha=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}=\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}=3$, $\alpha=\operatorname{arctg}3$

3.7. ա) $3x-y+5=0$ (1)
$x+3y-1=0$ (2)
բ) $5x-2y+3=0$ (1)
$3x+6y-7=0$ (2)

Պարզել հետևյալ զույգերից որոնք են ուղղահայաց

ա) (1)-ի նормալը է $\bar{n}_1\{3;-1\}$
(2)-ի նормալը է $\bar{n}_2\{1;3\}$
$\Rightarrow \bar{n}_1\bar{n}_2=0$, $3\cdot1-1\cdot3=0 \Rightarrow (1)\perp(2)$

բ) (1)-ի նормալը է $\bar{n}_1\{5;-2\}$
(2)-ի նормալը է $\bar{n}_2\{3;6\}$
$15-12\neq0 \Rightarrow (1)\not\perp(2)$:

3.8. $3x-4y-12=0$
$x=0,\ y=0$

Գրել գծերն ուղղանկյուն եռանկյունու կողմերն եւ գտնել S-ը

$3x-4y=12,\quad \frac{x}{4}+\frac{y}{-3}=1$

$S=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3=6$: Պատ՝ 6

3.9. $A(1;-5),\ B(2;3)$
$C(-1;-1)$
d^A_{BC} -?

Գրենք BC ուղղի = -ը $\frac{x-2}{-3}=\frac{y-3}{-4}$

$-4x+8=-3y+9,\quad 4x-3y+1=0.$

$d=\frac{|4+15+1|}{\sqrt{16+9}}=\frac{20}{5}=4$: Պատ՝ 4

3.10. $3x-4y-10=0$ (1)
$6x-8y+5=0$ (2)

Գրել ուղղահայաց գիծ եռանկյունուց եռանկյունագծերը

$K\left(\frac{10}{3};0\right)\in(1)$: $d=\frac{|20+5|}{10}=\frac{25}{10}=2,5$:
Պատ՝ 2,5

3.11. Շրջանագիծ
$C(-6;8)$ (շրջ-ի կենտրոնը)
$R=7$
Գտնել հավասարումը

$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$
$(x+6)^2+(y-8)^2=49$

3.12. Շրջանագիծ
$C(-6;8)$ (շրջ-ի կենտրոնը)
$M(0;0)$ (շրջ-ի վրա գտնվող կետ)
Գտնել շրջ-ի հավասարումը

$\overline{CM}\{6;-8\},\ |\overline{CM}|=R=10,\ (x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

$(x+6)^2+(y-8)^2=10$

3.13. $x^2+y^2-2x+4y-20=0$

Գրել շրջ-ի կենտրոնի կոորդինատները եւ R-ը

$x^2-2x+1-1+y^2+4y+2-2-20=0$
$(x-1)^2+(y+2)^2=23$
$C(1;-2),\ R=\sqrt{23}$

Պատ՝ $(1,-2),\ R=\sqrt{23}$

3.14. Շրջանագիծ եռանկյունուց
$2a=10$
$2c=8$
Գտնել գծերի հավասարումը
Գտնել գծերի հավասարումը

$\begin{cases} a=5 \\ c=4 \\ b^2=a \end{cases}$

3.15. Շրջանագիծ է հանդիսանում
$b=4$
$M(2;-2)$ (էլիպսի կենտրոն)
Գտնել = -ը ?

3.16. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{10}=1$ (1)
Գտնել F_1B_1 ուղղի = -ը

3.17. Շրջանագիծ և հիպերբոլ
$a=8$
$b=\frac{5}{4}$
Գտնել = -ը

3.18. Պարաբոլ և հիպերբոլ
$y=\pm\frac{4}{3}x$ (ասիմպտոտներ = -ը)
$2c=20$
Գտնել = -ը և գծել գրաֆիկները

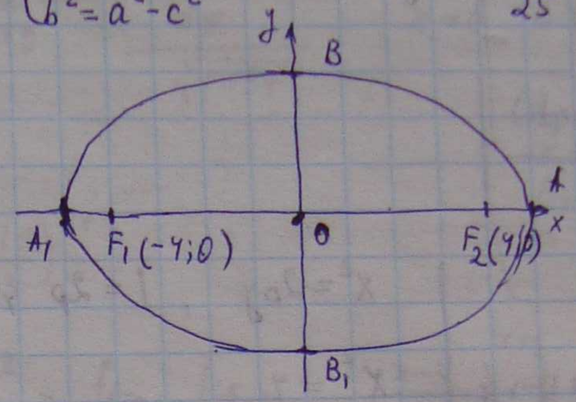
3.14. Эллипсийн 5 эксцентриситет

$2a = 10$

$2c = 8$

Гинжийн эллипсийн тэгшитгэлийг олох

$$\begin{cases} a = 5 \\ c = 4 \\ b^2 = a^2 - c^2 \end{cases} \Rightarrow b = 3, \quad \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$



3.15. Эллипсийн эксцентриситет

$b = 4$

$M(2;-2)$ (Эллипсийн цэг)

Эксцентриситет $= e$ - ?

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \frac{4}{a^2} + \frac{4}{16} = 1 \Rightarrow a = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{x^2}{\frac{16}{3}} + \frac{y^2}{16} = 1.$$

3.16. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{10} = 1$ (1)

Гинжийн F_1B_1 нэгдэл $= e$

(1) $\Rightarrow a = 5, b = \sqrt{10} \Rightarrow c = \sqrt{15}$

$F_1(-\sqrt{15}; 0)$

$B_1(0; \sqrt{10})$

$$\frac{x + \sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{y}{\sqrt{10}}$$

$\sqrt{10}x + 5\sqrt{6} = \sqrt{15}y$

$\sqrt{10}x - \sqrt{15}y + 5\sqrt{6} = 0.$

3.17. Эллипсийн эксцентриситет

$a = 8$

$\varepsilon = \frac{5}{4}$

Гинжийн $= e$

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{5}{4} \\ a = 8 \end{cases} \Rightarrow c = 10: \quad b^2 = c^2 - a^2 = 36$$

$$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1.$$

3.18. Гиперболийн эксцентриситет

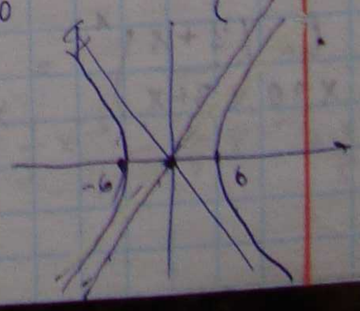
$y = \pm\frac{4}{3}x$ (асимптотууд $= e$)

$2c = 20$

Гинжийн $= e$ ба гиперболийн тэгш.

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{4}{3} \\ c^2 - a^2 = b^2 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{4}{3}a \\ 100 - a^2 = \frac{16}{9}a^2 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 8 \\ c = 10. \end{cases}$$

$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$$



3.19. Парабола

$M_з(0;0)$

Симметрична относительно OX

Уравнение – ?

$P(-1;3)$ (принадлежит параболе)

Уравнение $= -$

$y^2 = 2px$,

3.20. Пар. с

$M_з(0;0)$

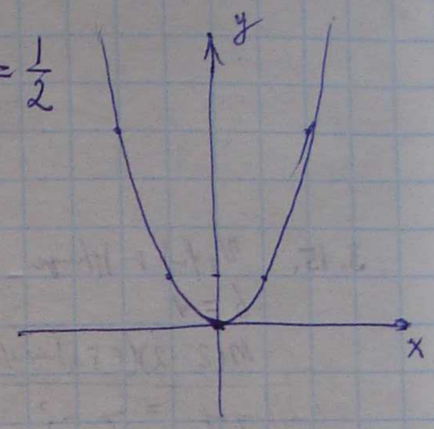
Симметрична относительно OY и проходит через

$B(1;1)$ (принадлежит параболе)

Уравнение $= ?$

$x^2 = 2py$, $1 = 2p$, $p = \frac{1}{2}$

$x^2 = y$



30. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+2+3+\ldots n}{n^2} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1+n}{2}\cdot n}{n^2} = \frac{1}{2}\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+n}{n} = \frac{1}{2}\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+1\right) =$

$= \frac{1}{2}$

42. $\lim\limits_{n\to 5} \frac{x^2-6x+5}{x^2-25} = \lim\limits_{x\to 5} \frac{(x-5)(x-1)}{(x-5)(x+5)} = \lim\limits_{x\to 5} \frac{4}{10} = 0{,}4$;

$\sin x \sim x$

$tg\, x \sim x$

60. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{2\left(\frac{x}{2}\right)^2}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{x^2}{2}}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;

71 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{arctg 2x}{\sin 3x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{2x\cdot\frac{arctg 2x}{2x}}{3x\cdot\frac{\sin 3x}{3x}} = \frac{2}{3}$

$\lim\limits_{u\to 0} \frac{\sin u}{u} = 1$

$\lim\limits_{u\to 0} \frac{tg\, u}{u} = 1$

$\lim\limits_{u\to 0} \frac{arctg \sin u}{u} = 1$

82. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{2+x}{3+x}\right)^x = \lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$

graph of func

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{arctg 2x}{\sin 2x} = \lim\limits_{x\to 0}$

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x-1}{x+3}\right)$

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \frac{x-1}{x+3} - 1\right)^{x+2}$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \frac{-4}{x+3}\right)^{\frac{x+2}{-4}\cdot(-4)\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+2}{x+3}} =$

$= e$

Домашнее задание

Упражнения 19; 44; 6

106. а) $y = x^2 + 3x$

1) $x + \Delta x$

2) $y + \Delta y =$

3) $\Delta y = x$

3) $\frac{\Delta y}{\Delta x} =$

4) $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim$

$y' = 2x + 3$

$y'(1) = 5$

107. а) $y = \sqrt[3]{x} +$

$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x}}$

Замечательный предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg}2x}{\sin 2x} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{2}{1+4x^2}}{\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}} = \lim_{x\to 0}\frac{2\sqrt{1-9x^2}}{3(1+4x^2)} = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e\\ \lim\limits_{\alpha\to 0}(1+\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} = e\end{array}}$$

34. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2} =$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{x-1}{x+3}-1\right)^{x+2} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{x-1-x-3}{x+3}\right)^{x+2} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-4}{x+3}\right)^{x+2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-4}{x+3}\right)^{\frac{x+3}{-4}\cdot\frac{-4(x+2)}{x+3}} =$$

$$= e^{-4\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+2}{x+3}} = e^{-4\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+\frac{2}{x}}{1+\frac{3}{x}}} = e^{-4}$$

21
22
23

Домашнее задание

Номер 19; 44; 61, 85, 45, 47, 106, 107, 108, 109, 110

106. а) $y = x^2+3x-1$ | $y'(1)$ - ?

1) $x+\Delta x$

2) $y+\Delta y = (x+\Delta x)^2+3(x+\Delta x)-1$

$\Delta y = \cancel{x^2}+2x\Delta x+(\Delta x)^2+\cancel{3x}+3\Delta x\cancel{-1}-\cancel{x^2}-\cancel{3x}\cancel{+1} = (\Delta x)^2+2x\Delta x+3\Delta x$

3) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \Delta x+2x+3$

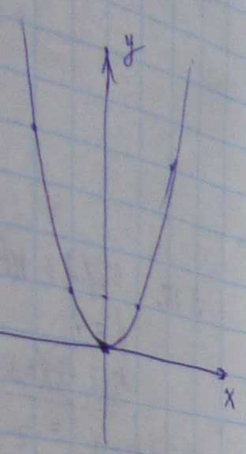
4) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x\to 0}(\Delta x+2x+3) = 2x+3$

$y' = 2x+3$

$y'(1) = 5$

107. г) $y = \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}-\sqrt[4]{x}-\frac{1}{5x^2}$

$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}-\frac{1x^{-\frac{3}{4}}}{4}-\frac{1}{5}\left(x^{-2}\right)' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}-\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}+\frac{2}{5}x^{-3}$



$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+n}{n} = \frac{1}{2}\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+1\right) =$

$\sin x \sim x$
$\operatorname{tg} x \sim x$

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$\boxed{\begin{array}{l}\lim\limits_{u\to 0}\frac{\sin u}{u} = 1\\ \lim\limits_{u\to 0}\frac{\operatorname{tg} u}{u} = 1\\ \lim\limits_{u\to 0}\frac{\operatorname{arctg}\sin u}{u} = 1\end{array}}$$

108. ш) $y = x\cos x$

$y' = \cos x - x\sin x$

ф) $y = \sqrt[5]{x}\sin x + \frac{x}{\cos x}$

$y' = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}\sin x + \sqrt[5]{x}\cos x + \frac{\cos x + x\sin x}{\cos^2 x}$

ч) $y = \sqrt{x}\arccos x$

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\arccos x - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}}$

Шешуінде мұқтаждық.
Анықтық шешілсін.

12. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+1}{n} = 1$, 13. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-3n+1}{5-2n^2} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}}{\frac{5}{n^2}-2} = -\frac{1}{2}$

14. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{n^3} = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n}\cdot\frac{n+2}{n}\cdot\frac{n+3}{n}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{3}{n}\right) =$

$= 1$

15. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^3}-\sqrt{n}}{2n\cdot\sqrt{n}+5\sqrt[3]{n}} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^{\frac{3}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}{2n^{\frac{3}{2}}+5n^{\frac{1}{3}}} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-\frac{1}{n}}{2+\frac{5}{n^{\frac{7}{6}}}} = \frac{1}{2}$

16. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+(-1)^n}{n-(-1)^n} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+\frac{(-1)^n}{n}}{1-\frac{(-1)^n}{n}} = 1$; ~~17. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n} = \frac{2\cdot 2^n+3\cdot 3^n}{2^n+3^n} =$~~

~~$= \lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{2\cdot 2^n}{2^n\cdot 3^n}+\frac{3\cdot 3^n}{2^n\cdot 3^n}}{\frac{2^n}{2^n\cdot 3^n}+\frac{3^n}{2^n\cdot 3^n}} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{2}{3^n}+\frac{3}{2^n}}{}$~~

19. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2^n}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{\frac{1}{2}} = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$

14. $\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^2-1}{x^2+3x+2} = \lim\limits_{x\to-1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \lim\limits_{x\to-1}\frac{x-1}{x+2} = -2$

15. $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim\limits_{x\to1}\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \lim\limits_{x\to1}((\sqrt{x}+1)(x+1)) = 4.$

61. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{tg\, mx}{tg\, nx} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{mx \cdot \frac{tg\, mx}{mx}}{nx \cdot \frac{tg\, nx}{nx}} = \frac{m}{n}$;

$\cancel{\frac{x^2+1}{x-1} > 1}$

85. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \frac{x^2+1}{x^2-1} - 1\right)^{x+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \frac{x^2+1-x^2+1}{x^2-1}\right)^{x+1} = \cancel{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{\frac{2}{x^2-1}\cdot\frac{(x^2-1)(x+1)}{2}}}$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \frac{2}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2-1}{2} \cdot \frac{2(x+1)}{x^2-1}} = \lim\limits_{x\to\infty} e^{\frac{2}{x-1}} = e^{2\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x-1}} = 1$

$\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{x^2}$

47. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{2}$

$\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)$

106. ш) $y = x^2+3x-1$; $y'(1)$ - ?

$x+\Delta x$, $y+\Delta y = (x+\Delta x)^2 + 3(x+\Delta x) - 1$

$\Delta y = x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 + 3x + 3\Delta x - 1 - x^2 - 3x + 1 = 2x\Delta x + (\Delta x)^2 + 3\Delta x$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x + 3$, $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = \lim\limits_{\Delta x\to 0}(2x+\Delta x+3) = 2x+3$, $y'(1) = 5$: Отв: 5

ф) $y = \frac{1}{x}$; $y'(-1)$ - ?

$x+\Delta x$, $y+\Delta y = \frac{1}{x+\Delta x}$, $\Delta y = \frac{1}{x+\Delta x} - \frac{1}{x} = \frac{-\Delta x}{x(x+\Delta x)}$, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x(x+\Delta x)}$

$\lim\limits_{\Delta x\to 0} -\frac{1}{x(x+\Delta x)} = \cancel{\lim\limits_{\Delta x\to 0}} -\frac{1}{x^2}$; $y'(-1) = -1$

ч) $y = 2x^3 - 2x + 3$, $y'(0)$ - ?

$x+\Delta x$, $y+\Delta y = 2(x+\Delta x)^3 - 2(x+\Delta x) + 3 = 2(x^3 + 3x^2\Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3) - 2x - 2\Delta x + 3 =$

$= 2x^3 + 6x^2\Delta x + 6x(\Delta x)^2 + 2(\Delta x)^3 - 2x - 2\Delta x + 3$

$\Delta y = 2x^3 + 6x^2\Delta x + 6x(\Delta x)^2 + 2(\Delta x)^3 - 2x - 2\Delta x + 3 - 2x^3 + 2x - 3 = 6x^2\Delta x + 6x(\Delta x)^2 + 2(\Delta x)^3 - 2\Delta x$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 6x^2 + 6x\Delta x + 2(\Delta x)^2 - 2$

$y' = \lim\limits_{\Delta x\to 0}(6x^2 + 6x\Delta x + 2(\Delta x)^2 - 2) = 6x^2 - 2$, $y'(0) = -2$ Отв: -2

2) $y = e^{3x}$; $y'(0)$ - ?

$$\lim_{h \to 0} \frac{a^h - 1}{h} = \ln a = 1$$

$x + \Delta x$, $y + \Delta y = e^{3x + 3\Delta x}$

$$\Delta y = e^{3x+3\Delta x} - e^{3x} = e^{3x}\left(e^{3\Delta x} - 1\right), \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{e^{3x}\left(e^{3\Delta x} - 1\right)}{\Delta x}$$

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{e^{3x}\left(e^{3\Delta x} - 1\right)}{\Delta x} = 3e^{3x} \lim \frac{e^{3\Delta x} - 1}{3\Delta x} = 3e^{3x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{a^{x} - 1}{x} = \ln a$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x} - 1}{x} = 1$$

4) $y = \sin(3x + 1)$

y' - ?

$x + \Delta x$, $y + \Delta y = \sin(3x + 3\Delta x + 1)$

$$\Delta y = \sin(3x + 3\Delta x + 1) - \sin(3x + 1) = 2\cos\left(\frac{6x + 3\Delta x + 2}{2}\right) \sin\frac{3\Delta x}{2}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2\sin\frac{3\Delta x}{2} \cdot \cos\left(3x + 1 + \frac{3\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} = \frac{3\sin\frac{3\Delta x}{2} \cdot \cos\left(3x + 1 + \frac{3\Delta x}{2}\right)}{\frac{3\Delta x}{2}}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 3 \lim_{\Delta x \to 0} \cos\left(3x + 1 + \frac{3\Delta x}{2}\right) = 3\cos(3x + 1)$$

4) $y = \cos(ax + b)$

y' - ?

$x + \Delta x$, $y + \Delta y = \cos(ax + a\Delta x + b)$

$$\Delta y = \cos(ax + a\Delta x + b) - \cos(ax + b) = -2\sin\left(ax + b + \frac{a\Delta x}{2}\right) \sin\frac{a\Delta x}{2}$$

$\ln a = 1$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{-a \sin\left(ax+b+\frac{a\Delta x}{2}\right) \sin\frac{a\Delta x}{2}}{\frac{a\Delta x}{2}} = -a \lim_{\Delta x \to 0} \sin\left(ax+b+\frac{a\Delta x}{2}\right) = -a\sin(ax+b)$$

107. ш) $y = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 0{,}3x + 5$

$y' = 4x^3 - x^2 + 0{,}3$

р) $y = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2} - \sqrt[4]{x} - \frac{1}{5x^2} = x^{\frac{1}{3}} + \sqrt[3]{2} - x^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{5}x^{-2}$

$y' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} + \frac{2}{5}\cdot x^{-3} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} + \frac{2}{5x^3}$

я) $y = \frac{x}{n} + \frac{n}{x} + \frac{x^2}{n^2} - \frac{n^2}{x^2} = \cancel{\frac{x^2}{nx}}$ $\frac{nx^3 + n^3x + x^4 - n^4}{n^2x^2} = \cancel{\frac{nx(x^2+n^2) + (x^2-n^2)(x^2+n^2)}{n^2x^2}} =$

$= \cancel{(x^2+n^2)(x^2+nx-n^2)}$ $y' = \frac{1}{n} - \frac{n}{x^2} + \frac{2x}{n^2} + \frac{2n^2}{x^3}$

ч) $y = \sqrt{x}\,(x^3 - \sqrt{x} + 1)$

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^3 - \sqrt{x} + 1) + \sqrt{x}\left(3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = \frac{x^2\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{x}}{2x} + 3x^2\sqrt{x} - \frac{1}{2} =$

$= 3{,}5x^2\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2x} - 1$

ф) $f(x) = 3x - 2\sqrt{x}$

$f(1)$ - ?, $f'(1)$ - ?

$f(4)$ - ?, $f'(4)$ - ?

$f'(x) = 3 - \frac{2}{2\sqrt{x}} = 3 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

$f(1) = 1$, $f'(1) = 2$, $f(4) = 8$, $f'(4) = 2{,}5$

ц) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x^3}$

$f(-1)$, $f'(-1)$, $f(2)$, $f'(2)$ - ?

$f'(x) = \frac{(2x-5)x^3 - 3x^2(x^2-5x+1)}{x^6} = \frac{x^2(2x^2-5x-3x^2+15x-3)}{x^6} =$

$= \frac{-x^2 + 10x - 3}{x^4}$

$f(-1) = -7$, $f'(-1) = -14$, $f(2) = -\frac{5}{8}$, $f'(2) = \frac{13}{16}$

ь) $y = (x^2 - 3x + 3)(x^3 + x - \sqrt{2})$

$y' = (2x-3)(x^3 + x - \sqrt{2}) + (x^2 - 3x + 3)(3x^2 + 1) = 2x^4 + 2x^2 - 2\sqrt{2}x - 3x^2 - 3x + 3\sqrt{2} +$
$+ 3x^4 + x^2 - 9x^3 - 3x + 9x^2 + 3 = 5x^4 - 9x^3 + 9x^2 - (2\sqrt{2}+6)x + 3\sqrt{2} + 3$

э) $y = (\sqrt{x}+1)\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 1\right) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} - \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 1 = \sqrt[6]{x} - \sqrt{x} + x^{-\frac{1}{3}} - 1$

$\cancel{y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 1\right) + (}$ $y' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}$

$\frac{a\Delta x}{2}$

111. $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^4 + (1-x)^{20}$

$y' = 4\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 \cdot \left(\frac{x-1-x-1}{(x-1)^2}\right) + 20(1-x)^{19} \cdot (-1) = -4\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 \cdot \frac{2}{(x-1)^2} - 20(1-x)^{19}$

115. $y = 2^{4x}\sqrt[3]{x^2+1}$

$y' = 2^{4x} \cdot \ln 2 \cdot 4\sqrt[3]{x^2+1} + 2^{4x} \cdot \frac{1}{3}(x^2+1)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2x =$

119. $y = e^{\sqrt{x}} \cdot \sqrt[3]{\cos x}$, $y' = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \sqrt[3]{\cos x} + e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{\cos^2 x}} \cdot (-\sin x)$

123. $y = \ln^2 x + \sqrt{\ln x}$

$y' = 2\ln x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{\ln x}} \cdot \frac{1}{x}$

127. $y = \ln\left(\operatorname{arctg}\sqrt{1+x^2}\right) + \log_2(\log_3 2x)$

$y' = \frac{1}{\operatorname{arctg}\sqrt{1+x^2}} \cdot \frac{1}{1+1+x^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \cdot 2x + \frac{1}{\log_3 2x \cdot \ln 2} \cdot \frac{1}{2x \cdot \ln 3} \cdot 2$

131 $y = \frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} 5x + \operatorname{ctg}^2 x$

$\cancel{y' = \left(\frac{1}{3} \cdot 3\operatorname{tg}^2 x \cdot \frac{1}{1+x^2}\right)}$

135. $y = (1+\sin^2 x)^4 + \operatorname{ctg}\sqrt[3]{1+x^2}$ 139

$y' = 4(1+\sin^2 x)^3 \cdot 2\sin x \cdot \cos x - \frac{1}{\sin^2\sqrt[3]{1+x^2}} \cdot \frac{1}{3}(1+x^2)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2x$

143. $y = \operatorname{arctg}^2\frac{1}{x} + \arcsin\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

$y' = 2\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{x^2}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1-x}{1+x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \cdot \frac{-1-x-1+x}{(1+x)^2} =$

$\cancel{= -2 \cdot \frac{1}{x^2+1} \operatorname{arctg}\frac{1}{x}}$

147. $y = 5e^{-4x^2} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt[3]{x}$

$$y' = 5e^{-4x^2} \cdot (-8x) \operatorname{arctg} \sqrt[3]{x} + 5e^{-4x^2} \cdot \frac{1}{1+\sqrt[3]{x^2}} \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$$

151. $y = \cos \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} - \cos^2 \sqrt{x}$

$$y' = -\left(\sin \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)\right) \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}(1+\sqrt{x}) - (1-\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(1+\sqrt{x})^2} - 2\cos\sqrt{x} \cdot (-\sin\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

155. $y = 3^{\sin ax} + \frac{\sin^3 ax}{\cos^3 bx} = 3^{\sin ax} (\ln 3) \cdot (\cos ax) \cdot a + \cancel{3\sin^2 ax \cdot (\cos ax) \cdot a}$

$$+ \frac{3\sin^2 ax \cdot (\cos ax) \cdot a \cdot \cos^3 bx - \sin^3 ax \cdot 3\cos^2 bx\,(-\sin bx) \cdot b}{\cos^6 bx}$$

168. $y = \sqrt[5]{4x - x^3} \cdot \ln(\arccos\sqrt{x})$

$$y' = \frac{1}{5}(4x - x^3)^{-\frac{4}{5}} \cdot (4 - 3x^2) \cdot \ln(\arccos\sqrt{x}) + \sqrt[5]{4x - x^3} \cdot \frac{1}{\arccos\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

173. $y = x^{\sin x}$

$$\cancel{y' =} \quad \ln y = \sin x \cdot \ln x$$

$$\frac{1}{y} \cdot y'_x = \cos x \cdot \ln x + \sin x \left(\frac{1}{x}\right)$$

$$y' = x^{\sin x}\left(\cos x \ln x + \sin x \left(\frac{1}{x}\right)\right)$$

224. $y = \sin 2x + \sqrt[3]{5x}$

$$y' = 2\cos 2x + \frac{1}{3}(5x)^{-\frac{2}{3}} \cdot 5$$

$$dy = \left(2\cos 2x + \frac{1}{3}(5x)^{-\frac{2}{3}} \cdot 5\right) dx$$

228. $y = \sqrt{\arcsin 2x} + 2^{-x^2}$

$$dy \left(\frac{1}{2\sqrt{\arcsin 2x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} \cdot 2 + 2^{-x^2} \cdot \ln 2 \cdot (-2x) \right) dx$$

230. $y = \ln\sqrt{1-x^2} + \sqrt[7]{x}$

$$dy = \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) + \frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}\right) dx$$

235. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2$ | $y' = x^2 - x$

$y''' - ?$ | $y'' = 2x - 1$

$y''' = 2$ Пр. 2

237. $y = (t-2)e^{2t}$ | $y' = e^{2t} + (t-2)e^{2t} \cdot 2 = e^{2t} - 4e^{2t} + 2te^{2t} =$

$y'' - ?$ | $= -3e^{2t} + 2te^{2t}$

$$y'' = -6e^{2t} + 2(e^{2t} + 2te^{2t}) = -4e^{2t} + 4te^{2t}$$

$\frac{0}{0}; \frac{\infty}{\infty}$

262. $\lim\limits_{x\to 0} x \cdot \ln x = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim\limits_{x\to 0} (-x) = 0$

264. $\lim\limits_{x\to +\infty} x \cdot e^{-x} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$

1.1. а) $\int 5x\sqrt{x}\,dx = 2\sqrt{x^5}$, $\left(2x^{\frac{5}{2}}\right)' = 5x^{\frac{3}{2}} = 5x\sqrt{x} + c$

б) $\int (2 + tg^2 x)\,dx = \cancel{2x + \int 2\,dx + \int tg^2 x\,dx} =$

$= \int \left(2 + \frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) dx = \int \left(1 + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx = \int 1\,dx + \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = x + tg x + c$

$(x + tg x)' = 1 + \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + 1 + tg^2 x = 2 + tg^2 x$

1.2. а) $\int (2+\sqrt{x})^2\,dx = \int (4 + 4\sqrt{x} + x)\,dx = 4x + \frac{8}{3}\sqrt{x^3} + \frac{x^2}{2} + c$

$\left(4x + \frac{8}{3}\sqrt{x^3} + \frac{x^2}{2}\right)' = 4 + 4\sqrt{x} + x = (2 + \sqrt{x})^2$

б) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}\,dx = \int \frac{4\cos 2x}{\sin^2 2x}\,dx = -\frac{2}{\sin 2x}$

1676. $\int \sqrt{x}\,dx = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$

1677. $\int \sqrt[m]{x^n}\,dx = \int x^{\frac{n}{m}}\,dx = \frac{m}{m+n} \cdot x^{1+\frac{n}{m}} + c$

$$\int \frac{1}{x^2}\,dx = -\frac{1}{x} + c$$

$$\int 10^x\,dx = \frac{10^x}{\ln 10} + c$$

$$\int a^x e^x\,dx = \frac{a^x e^x}{1+\ln a} + c$$

$$\int \frac{dx}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + c$$

$$\int 3{,}4x^{-0{,}17}\,dx = 3{,}4\int x^{-0{,}17}\,dx = 3{,}4\,\frac{x^{0{,}83}}{0{,}83} + c$$

$$\int (1-2u)\,du = \int 1\,du - \int 2u\,du = u - u^2 + c$$

$$\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)\,dx = \int \sqrt{x^3}+1\,dx = \int \sqrt{x}^3\,dx + x = \frac{2\sqrt{x}^5}{5} + x + c$$

$$\int \frac{\sqrt{x} - x^3e^x + x^2}{x^3}\,dx = \int x^{\frac{5}{2}}\,dx - \int e^x\,dx + \int x^2\,dx = \frac{2\sqrt{x^7}}{7} - e^x + \frac{x^3}{3} + c$$

* $$\int (2x^{-1{,}2} + 3x^{-0{,}8} - 5x^{0{,}38})\,dx = 2\cdot\int x^{-1{,}2}\,dx + 3\int x^{-0{,}8}\,dx - 5\int x^{0{,}38}\,dx =$$

$$= 10\sqrt[5]{x} - \frac{10}{\sqrt[5]{x}} + 15\sqrt[5]{x} - \frac{5x^{1{,}38}}{1{,}38} + c$$

$$\int \left(\frac{1-z}{z}\right)^2 dz = \int \left(\frac{1}{z^2} - \frac{2}{z} + 1\right) dx = -\frac{1}{z} - 2\ln z + z + c$$

$$\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}}\,dx = \int \frac{1-2x+x^2}{x^{3/2}}\,dx = \int x^{-3/2}\,dx - 2\int x^{-\frac{1}{2}}\,dx + \int x^{\frac{1}{2}}\,dx = -\frac{2}{\sqrt{x}} - 4\sqrt{x} + \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$$

$$\int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{\sqrt[3]{x}}\,dx = \int \frac{1+3\sqrt{x}+3x+\sqrt{x^3}}{\sqrt[3]{x}}\,dx = \int x^{-\frac{1}{3}}\,dx + 3\int x^{\frac{1}{6}}\,dx + 3\int x^{\frac{2}{3}}\,dx + \int x^{\frac{7}{6}}\,dx =$$

$$= \frac{3x^{2/3}}{2} + \frac{18x^{\frac{7}{6}}}{7} + \frac{9x^{\frac{5}{3}}}{5} + \frac{6x^{13/6}}{13} + c$$

$$\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}}\,dx = \int x^{\frac{1}{6}}\,dx - \int x^{-\frac{1}{4}}\,dx = \frac{6x^{\frac{7}{6}}}{7} - \frac{4x^{3/4}}{3} + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3-3x^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \frac{1}{\sqrt{3}}\arcsin x + c$$

$$\int \frac{3\cdot 2^x - 2\cdot 3^x}{2^x}\,dx = \int 3\,dx - 2\int \left(\frac{3}{2}\right)^x = 3x - \frac{2(1{,}5)^x}{\ln 1{,}5} + c$$

$$\int \frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x}\,dx = \int \frac{1+\cos^2 x}{2\cos^2 x}\,dx = \int \frac{1}{2\cos^2 x}\,dx + \frac{x}{2} = \frac{1}{2}(\operatorname{tg} x + x) + c$$

$$\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x}\,dx = \int \frac{4\cos 2x}{\sin^2 2x} = -\frac{2}{\sin x} + c$$

$\int tg^2 x\,dx = \int\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)dx = tgx - x + c$

$\int ctg^2 x\,dx = \int\left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right)dx = -ctgx - x + c$

$\int 2\sin^2\frac{x}{2}\,dx = \int(1-\cos x)dx = x - \sin x + c$

~~$\int \frac{1+2x^2}{}$~~

[illegible]

110. $y = (x^2+x+3)^4$

$y' = 4(x^2+x+3)^3(2x+1) = (8x+4)(x^2+x+3)(x^2+x+3)^2 = (8x^3+8x^2+24+4x^2+4x+12)\times$

$\times(x^4+x^2+9+2x^3+6x^2+6x) = (8x^3+12x^2+4x+36)(x^4+2x^3+7x^2+6x+9) =$

$= 8x^7+16x^6+56x^5+48x^4+72x^3+12x^6+24x^5+84x^4+72x^3+108x^2+4x^5+8x^4+$

$+28x^3+24x^2+36x+36x^4+72x^3+252x^2+216x+324 = 8x^7+28x^6+84x^5+176x^4+244x^3+$

$+384x^2+252x+324$

111. $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^4 + (1-x)^2$

$y' = 4\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3\left(\frac{x-1-x-1}{(x-1)^2}\right) + 2(1-x)(-1) = -\frac{8(x+1)^3}{(x-1)^5}$ ~~$-2(1-x)$~~ $+2x-2$

112. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}} + \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

$y' = \frac{1}{3}\sqrt[3]{(1+x^2)^2}\cdot\left(-\frac{1}{(1+x^2)^2}\right)\cdot 2x + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\cdot\frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} =$

$= -\frac{2x}{3\sqrt[3]{(1+x^2)^4}} - \frac{1}{(x-1)^2}\cdot\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

113. $y = \frac{2}{(x^2-x+1)^2}$

$y' = -4(x^2-x+1)(2x-1)$

114. $y = (2x^3+3x^2-1)^7 + 2^{-x}$

$y' = 7(2x^3+3x^2-1)^6(6x^2+6x) - 2^{-x}\ln 2$

115. $y = 2^{4x}\sqrt[3]{x^2+1}$

$y' = 2^{4x}\,4\ln 2\cdot\sqrt[3]{x^2+1} + 2^{4x}\cdot\frac{1}{3}\,(x^2+1)^{-\frac{2}{3}}\cdot 2x$

116. $y = \sin x\cdot e^{-5x} + 2^{\cos x}$

$y' = \cos x\, e^{-5x} - 5\sin x\cdot e^{-5x}$

117. $y = \sqrt{1+e^x} - \frac{e^{2x}}{1+x^2}$

$y' = \frac{e^x}{2\sqrt{1+e^x}} - \frac{2e^{2x}(1+x^2)-2xe^{2x}}{(1+x^2)^2}$

118. $y = 10^{2x-3}\sqrt[3]{x} + e^{\arcsin x}$

$y' = 2\cdot 10^{2x-3}\ln 10\cdot\sqrt[3]{x} + \frac{10^{2x-3}}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}$

119. $y = e^{\sqrt{x}}\cdot\sqrt[3]{\cos x}$

$y' = \frac{e^{\sqrt{x}}\sqrt[3]{\cos x}}{2\sqrt{x}} + e^{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}\cdot(-\sin x)$

120. $y = 10^{1-\sin x}\cdot \operatorname{arctg} 5x$

$y' = 10^{1-\sin x}\cdot\ln 10\cdot(-\cos x)\operatorname{arctg}5x + \frac{5\cdot 10^{1-\sin x}}{1+25x^2}$

121. $y = x^2\ln x + \frac{\ln 3x}{x}$

$y' = 2x\ln x + x + \frac{1+\ln 3x}{x^2}$

122. $y = \ln(x+\sqrt{x^2+a^2})$

$y' = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+a^2}}\cdot\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x^2+a^2}}\cdot 2x\right)$

123. $y = \ln^2 x + \sqrt{\ln x}$

$y' = 2\ln x\cdot\frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{\ln x}\cdot x}$

124. $y = \ln(1-2x) + \ln\sin x$

$y' = \frac{-2}{1-2x} + \frac{\cos x}{\sin x}$

125. $y = \ln^4(\cos x) + \ln(\operatorname{tg}2x)$

$y' = 4\ln^3(\cos x)\cdot\frac{1}{\cos x}(-\sin x) + \frac{1}{\operatorname{tg}2x}\,\frac{2}{\cos^2 2x}$

126. $y = \sqrt{1+\ln^2 x} + \ln\arccos 2x$

$y' = \frac{2\ln x}{2\sqrt{1+\ln^2 x}\cdot x} + \frac{1}{\arccos 2x}\cdot\left(-\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}\right)$

127. $y = \ln(\operatorname{arctg}\sqrt{1+x^2}) + \log_2(\log_3 2x)$

$y' = \frac{1}{\operatorname{arctg}\sqrt{1+x^2}}\cdot\frac{1}{2+x^2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}\cdot 2x$

128. $y = \sqrt[3]{\ln\sin\frac{x+3}{4}} + \arcsin(\ln(x-2))$

$y' = \frac{1}{3}\cdot\left(\ln\sin\frac{x+3}{4}\right)^{-\frac{2}{3}}\cdot\frac{1}{\sin\frac{x+3}{4}}\cdot\cos\frac{x+3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{\sqrt{1-\ln^2(x-2)}}\cdot\frac{1}{x-2}$

129. $y = \cos^2 x + \sin^3 x$, $y' = -\sin 2x + 3\sin^2 x\cos x$

130. $y = \sin 2x - \frac{1}{3}\cos^3 x + 5$, $y' = 2\cos 2x + \cos^2 x\sin x$

131. $y = \frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg}5x + \operatorname{ctg}^2 x$, $y' = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x} - 5\cdot\frac{1}{\cos^2 5x} + 2\operatorname{ctg}x\left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$

132. $y = \sin\frac{1}{x} + \operatorname{tg}\frac{x+3}{4}$, $y' = \cos\frac{1}{x}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{4\cos^2\left(\frac{x+3}{4}\right)}$

133. $y = \sin\sqrt{1+x^2}\operatorname{ctg}5x$, $y' = \cos\sqrt{1+x^2}\cdot\frac{2x\operatorname{ctg}5x}{2\sqrt{1+x^2}} + \frac{\sin\sqrt{1+x^2}\cdot(-5)}{\sin^2 5x}$

134. $y = \cos^3 4x + (1+\sin 2x)^5$, $y' = 3\cos^2 4x(-\sin 4x)\cdot 4 + 5(1+\sin 2x)^4\cdot 2\cos 2x$

135. $y = (1+\sin^2 x)^4 + \operatorname{ctg}\sqrt[3]{1+x^2}$

$y' = 4(1+\sin^2 x)^3\cdot 2\sin x\cos x + \left(-\frac{1}{\sin^2\sqrt[3]{1+x^2}}\right)\cdot\frac{1}{3}(1+x^2)^{-\frac{2}{3}}\cdot 2x$

136. $y = \cos^2\sqrt{x} - \sin^2(\cos 3x)$, $y' = 2\cos\sqrt{x}\cdot(-\sin\sqrt{x})\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} - 2\sin(\cos 3x)\cdot\cos(\cos 3x)\cdot(-\sin 3x)\cdot 3$

~~139.~~ $y = \arcsin x^2 + \sqrt{1-x^2}$, $y' = \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)$

140. $y = \operatorname{arctg} x^2 \frac{\arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}}$, $y' = \frac{1}{1+\frac{x^4 \arcsin^2 2x}{1-4x^2}} \cdot \frac{\left(2x \arcsin 2x + \frac{2x^2}{\sqrt{1-4x^2}}\right)\sqrt{1-4x^2} + \frac{4x^2 \arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}}}{1-4x^2}$

144. $y = \frac{1}{2}\sqrt[4]{\arcsin\sqrt{x^2+2x}} + \operatorname{arctg}\left(x - \sqrt{1+x^2}\right)$

$y' = \frac{1}{8}\left(\arcsin\sqrt{x^2+2x}\right)^{-\frac{3}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2-2x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+2x}} \cdot (2x+2) + \frac{1}{1+\left(x-\sqrt{1+x^2}\right)^2} \cdot \left(1 - \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}\right)$

~~145.~~ 148. $y = \sin x^2 \cdot 2^{\cos 5x}$

$y' = \cos(x^2) \cdot 2x \cdot 2^{\cos 5x} + \sin x^2 \cdot 2^{\cos 5x} \ln 2 \cdot (-\sin 5x) \cdot 5$

152. $y = \operatorname{arctg}(\ln x) + \ln(\operatorname{arctg} x)$

$y' = \frac{1}{1+\ln^2 x} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{\operatorname{arctg} x} \cdot \frac{1}{1+x^2}$

156. $y = \ln\sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x}-1}} + \operatorname{arctg} e^{2x}$, $\cancel{y' = \sqrt{\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}}} \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}}}\right)}$

$\left(y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}} \cdot \frac{2e^{2x}(e^{2x}-1) - 2e^{4x}}{(e^{2x}-1)^2} = \frac{e^{2x}-1-e^{2x}}{e^{2x}-1} = \frac{1}{1-e^{2x}}\right)$

$y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}} \cdot \frac{2e^{2x}(e^{2x}-1) - 2e^{4x}}{(e^{2x}-1)^2} + \frac{1}{1+e^{4x}} \cdot 2e^{2x} = \frac{1}{1-e^{2x}} + \frac{2e^{2x}}{1+e^{4x}}$

141. $y = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} 2x} - \arccos\frac{2x-1}{\sqrt{3}}$, $y' = \frac{2x \operatorname{arctg} 2x - x^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{1+4x^2}}{\operatorname{arctg}^2 2x} + \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(2x-1)^2}{3}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$

174. $y = (\operatorname{arctg} 2x)^x$

$\ln y = x \ln(\operatorname{arctg} 2x)$

$\frac{1}{y} \cdot y'_x = \ln(\operatorname{arctg} 2x) + x \cdot \frac{1}{\operatorname{arctg} 2x} \cdot \frac{1}{1+4x^2} \cdot 2$

$y' = (\operatorname{arctg} 2x)^x \left(\ln(\operatorname{arctg} 2x) + \frac{2x}{(1+4x^2)\operatorname{arctg} 2x}\right)$

167. $y = \cos 5x \cdot \ln(\cos 5x) - \frac{1}{3}\ln^3(\operatorname{tg} 5x)$

$y' = -5\sin 5x \cdot \ln(\cos 5x) + \cos 5x \cdot \frac{1}{\cos 5x}(-5\sin 5x) - \frac{1}{3} \cdot 3\ln^2(\operatorname{tg} 5x) \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} 5x} \cdot \frac{1}{\cos^2 5x} \cdot 5 =$

$= -5\sin 5x \ln(\cos 5x) - 5\sin 5x - \frac{5\ln^2(\operatorname{tg} 5x)}{\sin 5x \cdot \cos 5x}$

225. $y=(x^2-x+1)\,tg^2x$, $dy=\left((2x-1)\,tg^2x+\dfrac{2(x^2-x+1)\,tg\,x}{\cos^2x}\right)dx$

229. $y=5^{\sqrt{arctg\,x^2}}$, $dy=\left(5^{\sqrt{arctg\,x^2}}\ln 5\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{arctg\,x^2}}\cdot\dfrac{1}{1+x^4}\cdot 2x\right)dx$

231. $y=\dfrac{x}{\sin x^2+\cos^2x}$, $dy=\dfrac{\sin x^2+\cos^2x-x\left(\cos(x^2)\cdot 2x+2\cos x\,(-\sin x)\right)}{(\sin x^2+\cos^2x)^2}\,dx$

236. $y=x^2\ln x$, $y'=2x\ln x+x$, $y''=2(\ln x+1)+1=2\ln x+3$

238. $y=\dfrac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{\frac{x}{a}}\right)=ae^{\frac{x}{a}}$, $y'=ae^{\frac{x}{a}}\cdot\dfrac{1}{a}=e^{\frac{x}{a}}$, $y''=\dfrac{e^{\frac{x}{a}}}{a}$

263. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x}\ln x=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x}}{\frac{1}{\ln x}}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{-\frac{1}{\ln^2x}\cdot\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\ln^2x}{2\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\frac{1}{\sqrt{x}}}=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}=\lim\limits_{x\to 0}(-2\sqrt{x})=0$

265. $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2\cdot e^x=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2}{\frac{1}{e^x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{-\frac{1}{e^{2x}}\cdot e^x}=\cancel{\dfrac{2x}{-\frac{1}{e^x}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{-\frac{1}{e^x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}(-2xe^x)=$

$=0$

Пункты tg 12, 13, 14, 15, 16, 39, 40 — 0.09 – 0.20, 0.21

0.09. 2. $\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \quad \alpha \neq -1$

$\int x^{-3} dx = -\frac{x^{-2}}{2} + c$

6. $\int 7x\sqrt[3]{x}\, dx = 7\int x^{\frac{4}{3}} dx = \frac{3 \cdot 7 x^{\frac{7}{3}}}{7} + c = 3x^{\frac{7}{3}} + c$

009. 12. $\int \sqrt{8-2x}\, dx = \int (8-2x)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{(8-2x)^{\frac{3}{2}}}{-2 \cdot \frac{3}{2}} + c$

$\int -t^2 dt = -\frac{t^3}{3} + c = -\frac{(8-2x)^{\frac{3}{2}}}{3}$

t_2. $8 - 2x = t^2$

$2x = 8 - t^2$

$x = \frac{1}{2}(8 - t^2)$

$dx = \frac{1}{2} \cdot (-2t)\, dt = -t\, dt$

$= t^2 dt =$

?

0.09. 15. $\int \frac{\sin x\, dx}{\cos^2 x} = \int \frac{d\cos x}{\cos^2 x} =$

$\int \frac{dx}{x^2} = \int x^{-2} dx = \frac{x^{-1}}{-1} + c$

$= -\frac{\cos x^{-1} x}{-1} + c = \frac{1}{\cos x} + c$

010. 1. $\int \sqrt{x^3\sqrt{x}}\, dx = \int x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}} dx = \int x^{\frac{7}{4}} dx = \frac{4x^{\frac{11}{4}}}{11} + c$

010. 6. $\int \frac{dx}{x^{11,5}} = \int x^{-11,5} dx = \frac{x^{-10,5}}{-10,5} + c$

010. 9. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx = \int x^{-\frac{1}{4}} dx = \frac{4x^{\frac{3}{4}}}{3} + c$

010. 12. $\int \frac{\arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{\arcsin^3 x}{3} + c$

010. 12 $= \int \arcsin^2 x \cdot d\arcsin x = \frac{\arcsin^3 x}{3} + c$

011. 3. $\int \frac{dx}{x+5} = \ln$

$(\ln|u|)' = \frac{u'}{u}$

011. 7. $\int \frac{t\,dt}{2ac - 3ab\,t^2}$

$\int \frac{t\,dt}{2-3t^2} = \frac{1}{-6}$

011. 11 $\int \frac{d\arcsin x}{\arcsin x} =$

012. 1. $\int 2^{3x} dx =$

012. 5. $\int 8^{x^2} x\, dx =$

012. 9. $\int 2^{x} e^{x} dx =$

$=$

013. 1. $\int \sin 3x\, dx =$

013. 5. $\int \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)} =$

013. 9. $\int \frac{dx}{\sin^2 \frac{3x}{2}} =$

014. 2. $\int \frac{dx}{5+x^2}$

014. 8. $\int \frac{dx}{x^2+2x+3}$

011. 3. $\int \frac{dx}{x+5} = \ln|x+5| + c$

$$(\ln|u|)' = \frac{u'}{u}$$

011. 7. $\int \frac{t\,dt}{2ac - 3ab\,t^2}$

$$\int \frac{t\,dt}{2-3t^2} = \frac{1}{-6}\int \frac{-6t}{2-3t^2}\,dt = -\frac{1}{6}\ln|2-3t^2|$$

011. 11 $\int \frac{d\arcsin x}{\arcsin x} = \ln|\arcsin x| + c$

012. 1. $\int 2^{3x}\,dx = \frac{2^{3x}}{3\ln 2} + C$

012. 5. $\int 8^{x^2} x\,dx = \frac{8^{x^2}}{2\ln 8} + c$

012. 9. $\int 2^y e^y\,dx = \frac{2^y e^y}{1+\ln 2}$

$$= \int (2e)^y\,dy = \frac{(2e)^y}{\ln 2e} + c$$

013. 1. $\int \sin 3x\,dx = -\frac{\cos 3x}{3} + c$

013. 5. $\int \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)} = \frac{2\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{\pi} + c$

013. 9. $\int \frac{dx}{\sin^2 \frac{3x}{2}} = -\frac{2\,\mathrm{ctg}\left(\frac{3}{2}x\right)}{3} + c$

014. 2. $\int \frac{dx}{5+x^2} = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{\sqrt{5}} + c$

014. 8. $\int \frac{dx}{x^2+2x+3} = \int \frac{dx}{(x+1)^2+(\sqrt{2})^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\mathrm{arctg}\,\frac{x+1}{\sqrt{2}} + c$

014.14. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2-\ln^2 x}} = \int \frac{dx \ln x}{\sqrt{2-\ln^2 x}} = \arcsin \frac{\ln x}{\sqrt{2}} + c$

1.5. ш) $\int \frac{x\,dx}{x^2+1} = \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$

в) $\int \frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x}\,dx = \int \frac{2\cos^2 x + \sin^2 x}{2\cos^2 x}\,dx = \int \left(1+\frac{1}{2}tg^2 x\right)dx = \cancel{x + \frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}+1\right)dx = \frac{1}{2}(tg\,x + x) + c = \frac{1}{2}tg\,x + \frac{x}{2} + c$

009.1. 1. $\int x^5 dx = \frac{1}{6}x^6 + c$

2. $\int x^{-3}dx = -\frac{1}{2}x^{-2} + c$

3. $\int \sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}x^{3/2} + c$

4. $\int (x^5 - 4x^3 - x - 1)\,dx = \frac{x^6}{6} - x^4 - \frac{x^2}{2} - x + c$

5. $\int \left(\frac{x^2}{3} + \frac{3}{x^3}\right)dx = \frac{1}{9}x^3 - \frac{3}{2}x^{-2} + c$

6 $\int 7x\sqrt[3]{x}\,dx = 7\int x^{\frac{4}{3}}dx = 3x^{\frac{7}{3}} + c$

7. $\int 5x\sqrt{x}\,dx = \frac{10}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$

8. $\int (2+\sqrt{x})^2 dx = \int (4 + 4\sqrt{x} + x)\,dx = 4x + \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{x^2}{2} + c$

9. $\int (3x+5)^2 dx = \int (9x^2 + 30x + 25)\,dx = 3x^3 + 15x^2 + 25x + c$

10. $\int (x^2+3x)(x^2-9)\,dx = \int (x^4 + 3x^3 - 9x^2 - 27x)\,dx = \frac{x^5}{5} + \frac{3x^4}{4} - 3x^3 - \frac{27x^2}{2} + c$

11. $\int \frac{d(1+x^2)}{\sqrt{1+x^2}} = 2\int \frac{d(1+x^2)}{2\sqrt{1+x^2}} = 2\sqrt{1+x^2} + c$

12. $\int \sqrt{8-2x}\,dx = -\frac{(8-2x)^{\frac{3}{2}}}{3} + c$

13. $\int \sin^2 x\, d\sin x = \frac{\sin^3 x}{3} + c$

$\int \frac{1}{x^2}\cdot dx = -\frac{1}{x} + c$

14. $\int tg^3 x\, d\,tg\,x = \frac{tg^4 x}{4} + c$

15 $\int \frac{\sin x\,dx}{\cos^2 x} = +\frac{1}{\cos x} + c$ I способ

$d(\cos x) = (\cos x)'\,dx$

II способ $\int \frac{\sin x\,dx}{\cos^2 x} = \int \frac{-d(\cos x)}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} + c$

$\int \sin x\, tg'x\,dx$ $\int (-(\cos x)')dx \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = -\int d(\cos x)\cdot\frac{1}{\cos^2 x} = +\frac{1}{\cos x} + c$

010. 1. $\int \sqrt{x\sqrt[3]{x}}\,dx = \frac{3x^{5/3}}{5} + c$ 2. $\int \sin^2 x \cdot \cos x\,dx = \int \sin^2 x\, d\sin x = \frac{\sin^3 x}{3} + c$

3. $\int \frac{20t^3\,dt}{(1+5t^4)^3} = \int \frac{d(1+5t^4)}{(1+5t^4)^3} = -\frac{1}{2(1+5t^4)^2} + c$

4. $\int \frac{2(t+1)}{\sqrt{t^2+2t}}\,dt = \int \frac{d(t^2+2t)}{\sqrt{t^2+2t}} = 2\sqrt{t^2+2t} + c$

5. $5.\int \sqrt[3]{x}\,dx = \frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} + c$

6. $\int \frac{dx}{x^{11,5}} = \int x^{-11,5}\,dx = -\frac{x^{-10,5}}{10,5} + c$

7. $\int \sqrt{3pt}\,dt = \frac{2(3pt)^{\frac{3}{2}}}{9p} + c$ (для ~~[illegible]~~ [illegible] $\int f(kx)\,dx = \frac{1}{k}F(kx) + c$)

8. $\int 3x\sqrt{x}\,dx = \frac{6x^{\frac{5}{2}}}{5} + c$ 9. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\,dx = \frac{4x^{\frac{3}{4}}}{3} + c$

10. $\int (x^2-5x+4)\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 4x + c$

11. $\int \frac{tg^3 x}{\cos^2 x}\,dx = \int tg^3 x\, d(tg x) = \frac{tg^4 x}{4} + c$

12. $\int \frac{\arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \int \arcsin^2 x\, d(\arcsin x) = \frac{\arcsin^3 x}{3} + c$

011. 1. $\int \frac{x\,dx}{x^2+1} = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+1}\,dx = \frac{1}{2}\ln|x^2+1| + c$, 2. $\int \frac{dx}{x-1} = \ln|x-1| + c$

3. $\int \frac{dx}{x+5} = \ln|x+5| + c$ 4. $\int \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2}\ln|2x-1| + c$ 5. $\int \frac{dx}{3-4x} = -\frac{1}{4}\ln|3-4x| + c$

6. $\int \frac{x\,dx}{3-5x^2} = -\frac{1}{10}\ln|3-5x^2| + c$ 7. $\int \frac{t\,dt}{2ac-3abt^2} = \frac{\ln(2ac-3abt^2)}{-6ab} + c$

8. $\int \frac{x^{n-3}}{2-3x^{n-2}}\,dx = -\frac{1}{3(n-2)}\cdot\ln|2-3x^{n-2}| + c$

9. $\int \frac{\sin 2x}{3+2\cos 2x}\,dx = -\frac{1}{4}\ln|3+2\cos 2x| + c$

10. $\int \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} = \ln(1+x^2) + c$

11. $\int \frac{d(\arcsin x)}{\arcsin x} = \ln|\arcsin x| + c$

12. $\int \frac{x^2\,dx}{x^3+1} = \frac{1}{3}\ln|x^3+1| + c$

012. 1. $\int 2^{3x}dx = \frac{2^{3x}}{3\ln 2} + c$ 2. $\int a^{2x-1}dx = \frac{a^{2x-1}}{2\ln a} + c$

3. $\int 5^{\sin x}\cos x\, dx = \frac{5^{\sin x}}{\ln 5} + c$

4. $\int 2^{\frac{x}{2}}dx = \frac{2\cdot 2^{\frac{x}{2}}}{\ln 2} + c$ 6. $\int e^{-x}dx = -e^{-x} + c$

5. $\int 8^{x^2}x\, dx = \frac{8^{x^2}}{2\ln 8} + c$ 7. $\int e^{x^3+x^2-x+1}(3x^2+2x-1)dx = e^{x^3+x^2-x+1} + c$

8. $\int (e^{t}+e^{-t})^2 dt = \int (e^{2t}+e^{-2t}+2)\,dt = \frac{e^{2t}}{2} - \frac{e^{-2t}}{2} + 2t + c$

9. $\int 2^{y}e^{y}dy = \int (2e)^{y}dy = \frac{(2e)^{y}}{\ln 2+1} + c$

10. $\int e^{3x}dx = \frac{1}{3}e^{3x} + c$ 11. $\int 4e^{-\frac{5}{2}x}dx = 4\int e^{-\frac{5}{2}x}dx = -\frac{8e^{-\frac{5}{2}x}}{5} + c$

12. $\int e^{2-3x}dx = -\frac{e^{2-3x}}{3} + c$

013. 1. $\int \sin 3x\, dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + c$ 2. $\int \sin(2x-1)dx = -\frac{1}{2}\cos(2x-1)$

$y = \sqrt[3]{2x}$

1) $x+\Delta x$ $y+\Delta y = \sqrt[3]{2(x+\Delta x)}$

2) $\Delta y = \sqrt[3]{2(x+\Delta x)} - \sqrt[3]{2x}$

3) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt[3]{2(x+\Delta x)} - \sqrt[3]{2x}}{\Delta x}$

4) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\sqrt[3]{2(x+\Delta x)} - \sqrt[3]{2x}}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{(\sqrt[3]{2x+2\Delta x} - \sqrt[3]{2x})(\sqrt[3]{2x+2\Delta x}^2 + \sqrt[3]{(2x+2\Delta x)\cdot 2x} + \sqrt[3]{2x}^2)}{\Delta x(\sqrt[3]{2x+2\Delta x}^2 + \sqrt[3]{(2x-2\Delta x)2x} + \sqrt[3]{2x}^2)} =$

$= \lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{2x} + 2\Delta x - \cancel{2x}}{\Delta x(\sqrt[3]{2x+2\Delta x}^2 + \sqrt{2x(2x-2\Delta x)} + \sqrt[3]{2x}^2)} =$

$= \lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{2}{3(\sqrt[3]{2x})^2}$

$y = \log_4 x$

$x + \Delta x \qquad y + \Delta y = \log_4 (x + \Delta x)$

$\Delta y = \log_4 (x + \Delta x) - \log_4 x = \log_4 \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)$

$\cancel{y =}$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\log_4 \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x} \log_4 \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{x} \log_4 \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}} = \frac{1}{x \ln 4}$$

$$\int 4 \cos \frac{x}{2} x \, dx$$

$U = x \qquad \cos \frac{x}{2} dx = dV$

$u = x \qquad 2 \sin \frac{x}{2} = V$

$$8 \int \underset{u}{x} \, \underbrace{d \sin \frac{x}{2}}_{V} = 8 x \sin \frac{x}{2} - 8 \int \sin \frac{x}{2} dx = 8 x \sin \frac{x}{2} + 8 \cos \frac{x}{2} \cdot 2 + c$$

Կոորդինատ - դեկարտյան համակարգեր

որոշվում հեղինակներին համակարգերի բոլոր հեղինակներ

հարաբերակցությունները

Գծային բազմություն

Ուղղի և հարթության կոորդինատային անկյունները

Նշված անկյունների հիշեցնող համակարգերը ինչպես ստացվեցին

Ուղղի և հարթության կոորդինատային անկյունները

$$\frac{x - x_1}{m} = \frac{y - y_1}{n} = \frac{z - z_1}{p} = t$$

$Ax + By + Cz + D = 0$

e^{3x}

$$\lim_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$$

$$y = \frac{x}{2x-1} + x = \frac{x + 2x^2 - x}{2x-1} = \frac{2x^2}{2x-1}$$

w) [illegible]

$x = \frac{1}{2}$

$y = kx + b$

p) pbd.

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{2x-1} = 1$$

$$b = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^2}{2x-1} - x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{x}{2x-1} = \frac{1}{2}$$

$$y = x + \frac{1}{2}$$

ամրապարվար - ամրացնող պար

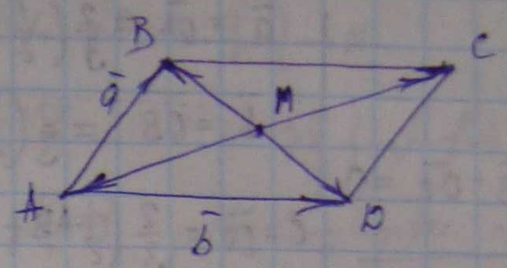
ամֆիարարոն - Բաղդ. հատույց (եվ հդ

ամֆոտերոնատոն -
ամֆոտերոնատիտոնիր
ամֆոտամբարձիր - հռետոր
ամֆորակիկա - աղ դ
ամուսմել - երաժշտ. դաշտեր
Բաղդ. գաշտեր: Համապարբ. ամբողջական գիտեր հատույց, ցեղացի հատույց

Ով Տրա - պետք է ունենա սիրուտիկ
Հայաստանում ամենակարդալը լինելու պետք է լինի և հայկական գիտի որ սեր ունի
գրել ։
Երկուսի գոհով չար է հոտում, սիրուց ։, գոռ; (Հոտը ծանոթանալի հերոս.
ման Հայոսում ։, գիրում):
Դիմանկարանոցներում պետք է գտնվել ~~սեռ~~ փարավի Յայրանոցներում,
չպետք է գտնվել պոդարանների Տարբերել:
Հայաստանում գիտնականը քարշի որսալի ։:

23. $\overline{AB} = \bar{a}$

$\overline{AD} = \bar{b}$



$\overline{MA}$, $\overline{MB}$, $\overline{MC}$, $\overline{MD}$ – ?

$\overline{MA} = -\frac{1}{2}\overline{AC} = -\frac{1}{2}(\bar{a}+\bar{b})$ $\qquad$ $\overline{MD} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2}(\bar{b}-\bar{a})$

$\overline{MC} = \frac{1}{2}(\bar{a}+\bar{b})$

$\overline{MB} = \frac{1}{2}(\bar{a}-\bar{b})$

24. Ні $|\bar{a}| = |\bar{b}|$

25. ні) Ні: $\bar{a} \perp \bar{b}$

б) $\cancel{\bar{a} \parallel \bar{b}}$ $\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{b}$

а) Ні: $\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{b}$

г) Ні: $\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{b}$

д) $0° \leq \widehat{\bar{a}\,\bar{b}} \leq 360°$

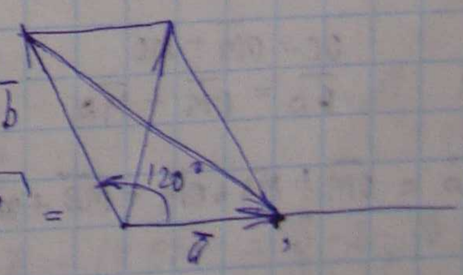
26. Ні: $|\bar{a}+\bar{b}| = |\bar{a}-\bar{b}| = 13$

27. $|\bar{a}+\bar{b}| = \sqrt{|\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 - 2|\bar{a}||\bar{b}|\cos 60°} =$

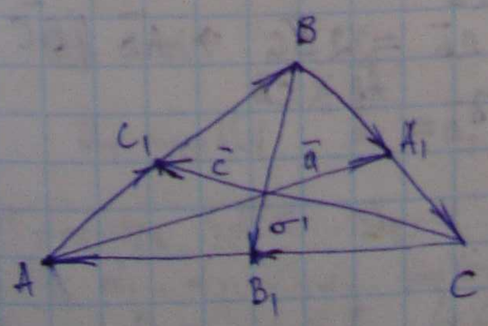
$= \sqrt{9+25-15} = \sqrt{19}$

$|\bar{a}-\bar{b}| = \sqrt{|\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 - 2|\bar{a}||\bar{b}|\cos 120°} =$

$= \sqrt{9+25+15} = 7$



28.



$\bar{a} = \overline{AB} + \overline{BA_1} = \overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC}$

$\bar{b} = \frac{1}{2}\overline{AC} - \overline{AB}\ \overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{CA}$

$\bar{c} = \overline{CA} + \frac{1}{2}\overline{AB}$

$\bar{a}+\bar{b}+\bar{c} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} + \frac{\overline{BC}+\overline{CA}+\overline{AB}}{2} =$

$= 0$

30. ~~Док~~ Док. 5

$AB = BC = AC$

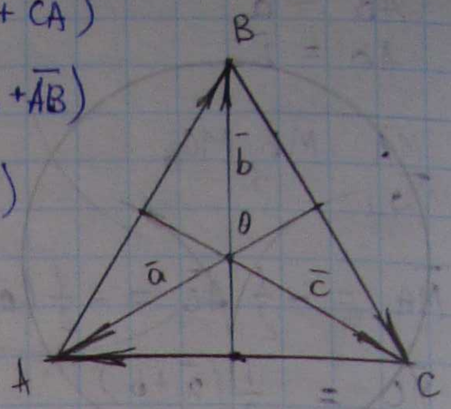
$OA \in \mathbb{R}$

Док. пр $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 0$

$\bar{a} = \overline{OA} = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\overline{BC} + \overline{CA}\right)$

$\bar{b} = \overline{OB} = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\overline{CA} + \overline{AB}\right)$

$\bar{c} = \overline{OC} = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{BC}\right)$



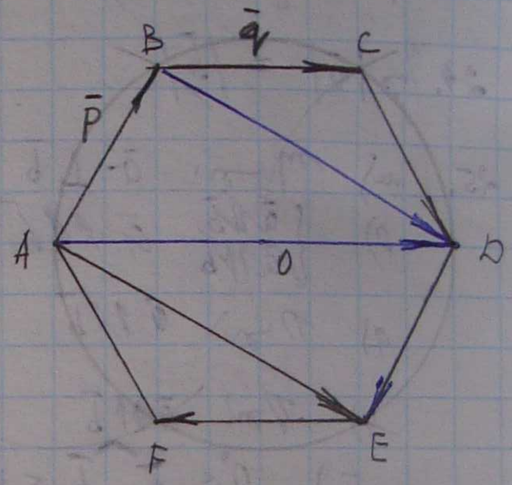
$\bar{a} + \bar{b} + c = \frac{2}{3}\left(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} + \frac{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}}{2}\right) = 0,$

Док пр $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 0$

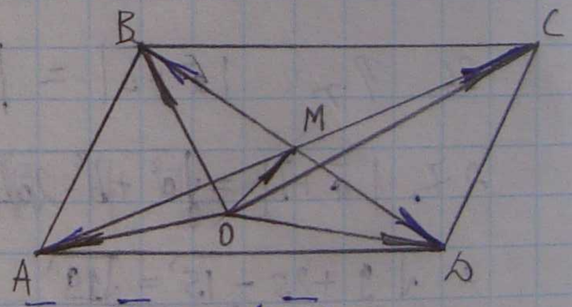
32. $\overline{bE} = -\bar{p}$, $\overline{Ab} = 2\bar{q} \Rightarrow \overline{AE} = 2\bar{q} - \bar{p}$

$\overline{Bb} = \overline{AE} = 2\bar{q} - \bar{p}$

$\overline{Cb} = 2\bar{q} - \bar{p} - \bar{q} = \bar{q} - \bar{p}$



34. Док. пр $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{Ob} = 4OM$



$\overline{OA} = \overline{OM} + \overline{MA}$ $\quad$ $\overline{OC} = \overline{OM} + \overline{MC}$

$\overline{OB} = \overline{OM} + \overline{MB}$ $\quad$ $\overline{Ob} = \overline{OM} + \overline{Mb}$

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{Ob} = \overline{OM} + \overline{MA} + \overline{OM} + \overline{MB} + \overline{OM} + \overline{MC} + \overline{OM} + \overline{Mb} = 4\overline{OM}$

35. Дано

$\overline{AB} = \bar{a} + 2\bar{b}$, $\overline{BC} = -4\bar{a} - \bar{b}$

$\overline{Cb} = -5\bar{a} - 3\bar{b}$

Док. пр $ABCb$ – трапеция

$\overline{Ab} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{Cb} = \bar{a} + 2\bar{b} - 4\bar{a} - \bar{b} - 5\bar{a} - 3\bar{b} =$

$= -8\bar{a} - 2\bar{b}$

$\overline{Ab} = -8\bar{a} - 2\bar{b} = 2\overline{BC} \Rightarrow \overline{Ab} \parallel \overline{BC}$

Нужно доказать $\overline{AB} \nparallel \overline{Cb}$

$\Rightarrow$ $ABCb$ – трапеция:

37. Чы. пр $\bar{a}, -\bar{a}, \bar{b}$ и $\bar{c}$ – л. зб. ліні[illegible]

Варыянт 1. $\bar{a}$ – л., $-\bar{a}$ – л., $\bar{b}$ – л. і $\bar{c}$ – л. зб. ліні[illegible] ⇒

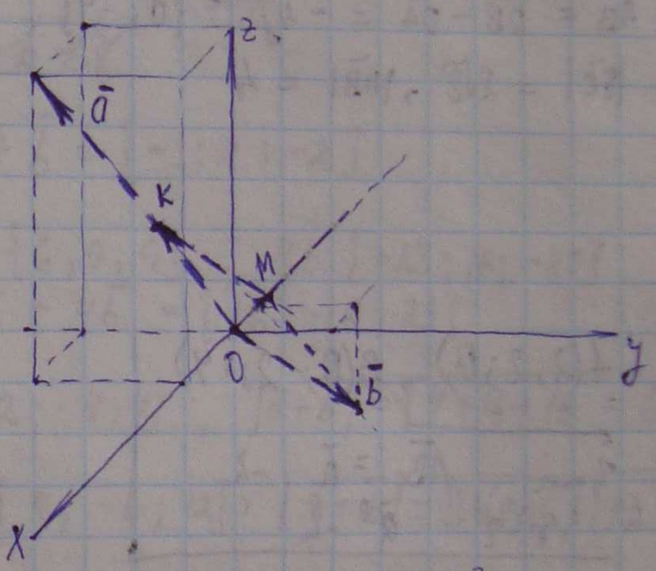
⇒ ∃ $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ рэч[illegible] [illegible]

$\alpha\bar{a} + \beta(-\bar{a}) + \gamma\bar{b} + \delta\bar{c} = 0$ (1), [illegible] $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – [illegible] 0 [illegible]

Тр. $\alpha = \beta \neq 0$, $\gamma = \delta = 0$, [illegible] (1) – [illegible] ⇒

⇒ $\bar{a}$ – л., $-\bar{a}$ – л., $\bar{b}$ – л. і $\bar{c}$ – л. зб. ліні[illegible]

48. Дан: $\bar{a}\{2; -3; 6\}$
$\bar{b}\{-1, 2, -2\}$
$|\bar{c}| = 2\sqrt{42}$
$\bar{c}$ – ?



$|\bar{a}| = \sqrt{4 + 9 + 36} = 7$

$|\bar{b}| = \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$

$|\bar{OK}| = |\bar{b}|$

$\frac{|\bar{OK}|}{|\bar{a}|} = \frac{3}{7} \Rightarrow \bar{OK} = \frac{3}{7}\bar{a} = \left\{\frac{6}{7}; -\frac{9}{7}; \frac{18}{7}\right\}$

$\bar{OM} = \bar{OK} + \bar{b} = \left\{-\frac{1}{7}; \frac{5}{7}; \frac{4}{7}\right\}$

$|\bar{OM}| = \sqrt{\frac{1}{49} + \frac{25}{49} + \frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{42}}{7}$

$\frac{|\bar{c}|}{|\bar{OM}|} = 2\sqrt{42} \cdot \frac{7}{\sqrt{42}} = 14 \Rightarrow \bar{c} = 14\bar{OM} = \{-2; 10; 8\}$

$-\bar{c}\{2; -10; -8\}$

39. Дан: зб. $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \ldots, \bar{a}_n$ [illegible]

[illegible] $\bar{a}_1 = \bar{a}_2$

[illegible] [illegible] зб. [illegible], тр. $\alpha_1\bar{a}_1 + \alpha_2\bar{a}_2 + \ldots + \alpha_n\bar{a}_n = 0$ (1), з [illegible]
[illegible] $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ [illegible] 0 [illegible]
тр. $\alpha_1 = -\alpha_2 \neq 0$, [illegible] $\alpha_3 = \alpha_4 = \ldots = \alpha_n = 0$, [illegible] (1) – [illegible]
[illegible] ⇒ $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \ldots, \bar{a}_n$ – [illegible] зб. [illegible], тр. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2$

40. Дано: $A(1;2;3)$
$B(3;-4;6)$
$\overline{AB} = \bar{a}$

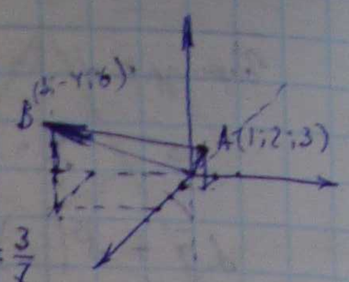
Знайти: $\overline{AB}$ – ?
$|\bar{a}|$ – ?
$\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ – ?

$\bar{a} = |\overline{AB}| = \{2; -6; 3\}$

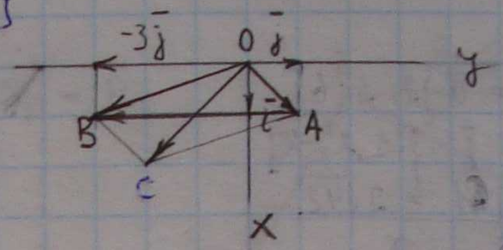
$|\bar{a}| = \sqrt{4+36+9} = 7$

$\bar{a}_0 = \dfrac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \left\{\dfrac{2}{7}; -\dfrac{6}{7}; \dfrac{3}{7}\right\}$

$\cos\alpha = \dfrac{2}{7}$, $\cos\beta = -\dfrac{6}{7}$; $\cos\gamma = \dfrac{3}{7}$



41. $\overline{OC} = \overline{OB} + \overline{OA} = \bar{i} - 3\bar{j} + \bar{i} + \bar{j} = 2\bar{i} + 2\bar{j} = \{2;2\}$
$\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = -4\bar{j} = \{0; -4\}$
$|\overline{OC}| = 2\sqrt{2}$, $|\overline{AB}| = 4$

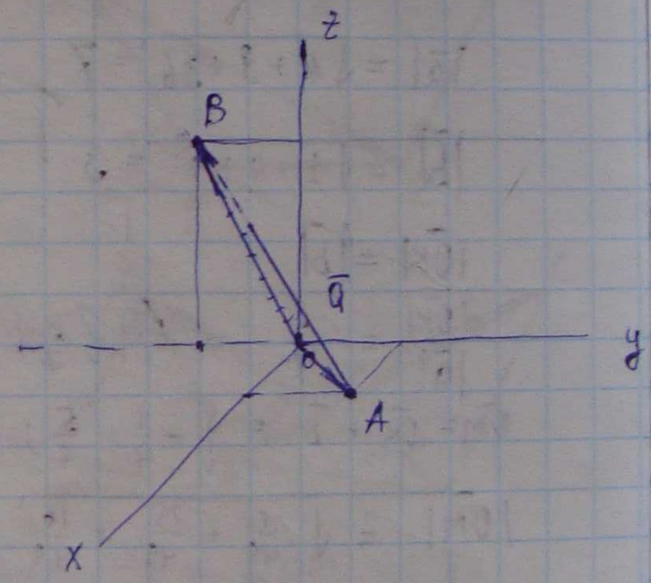


42. $A(2;2;0)$, $B(0;-2;+4)$

Знайти: $\overline{AB} = \bar{a}$ – ?
і орт $\bar{a}^0$ – ?

$\overline{AB}\{-2; -4; 4\}$, $|\overline{AB}| = \sqrt{4+16+16} = 6$

$\bar{a}^0 = \dfrac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|} = \left\{-\dfrac{1}{3}; -\dfrac{2}{3}; \dfrac{2}{3}\right\}$

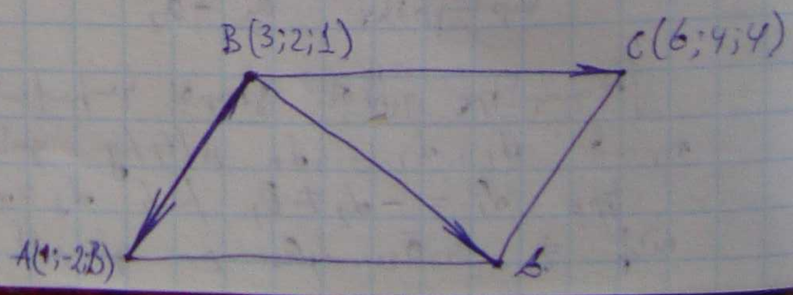


43. $\bar{a}\{6; -2; -3\}$

$|\bar{a}| = \sqrt{36+4+9} = 7$

$\bar{a}^0 = \dfrac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \left\{\dfrac{6}{7}; -\dfrac{2}{7}; \dfrac{-3}{7}\right\}$

44. $\overline{BA} = \{-2; -4; 2\}$
$\overline{BC} = \{3; 2; 3\}$
$\overline{BD} = \overline{BA} + \overline{BC} =$
$= \{1; -2; 5\}$



$b(4;0;6)$

45. Пр. 12. $\bar{a}\{3;-4;5\}$

$\bar{b}\{-1;0;-2\}$

$\bar{c} = 2\bar{a} + 5\bar{b}$

$\bar{c}$ – ?

$2\bar{a}\{6;-8;10\}$, $5\bar{b}\{-5;0;-10\}$

$\bar{c} = 2\bar{a} + 5\bar{b} = \{1;-8;0\}$

46. Пр. 8. $\bar{a}\{2;0;3\}$

$\bar{b}\{-3;4;-5\}$

$\bar{a}+\bar{b}$ = ?

$3\bar{a} - 4\bar{b}$ – ?

$\bar{a}+\bar{b} = \{-1;4;-2\}$

$3\bar{a}\{6;0;9\}$, $4\bar{b}\{-12;16;-20\}$

$3\bar{a} - 4\bar{b} = \{18;-16;29\}$

47. $\bar{a}\{3;-5;8\}$

$\bar{b}\{-1;1;-4\}$

$|\bar{a}+\bar{b}|$ – ?

$|\bar{a}-\bar{b}|$ – ?

$\bar{a}+\bar{b} = \{2;-4;4\}$, $|\bar{a}+\bar{b}| = \sqrt{4+16+16} = 6$

$\{\bar{a}-\bar{b}\} = \{4;-6;12\}$, $|\bar{a}-\bar{b}| = \sqrt{16+36+144} = 14$

48. $\bar{a}\{2;-3;6\}$

$\bar{b}\{-1;2;-2\}$

$|\bar{c}| = 2\sqrt{42}$

$\bar{c}$ – ?

$|\bar{b}| = |\bar{OK}|$

$|\bar{a}| = \sqrt{4+9+36} = 7$, $|\bar{b}| = \sqrt{1+4+4} = 3$

$\frac{|\bar{b}|}{|\bar{a}|} = \frac{3}{7} \Rightarrow \bar{OK} = \frac{3}{7}\bar{a} = \left\{\frac{6}{7}; -\frac{9}{7}; \frac{18}{7}\right\}$

$\bar{OK} + \bar{b} = \left\{-\frac{1}{7}; +\frac{5}{7}; \frac{4}{7}\right\}$

$|\bar{OK}+\bar{b}| = \sqrt{\frac{42}{49}} = \frac{\sqrt{42}}{7}$: $\frac{|\bar{c}|}{|\bar{OK}+\bar{b}|} = 14$

$|\bar{c}| = 14$ $\bar{c} = 14(\bar{OK}+\bar{b}) = \{-2;10;8\}$ или $\{2;-10;-8\}$

$b(4;0;6)$

45. Пр. 12. $\bar{a}\{3;-4;5\}$

$\bar{b}\{-1;0;-2\}$

$\bar{c} = 2\bar{a} + 5\bar{b}$

$\bar{c}$ – ?

$2\bar{a}\{6;-8;10\}$, $5\bar{b}\{-5;0;-10\}$

$\bar{c} = 2\bar{a} + 5\bar{b} = \{1;-8;0\}$

46. Пр. 8. $\bar{a}\{2;0;3\}$

$\bar{b}\{-3;4;-5\}$

$\bar{a}+\bar{b}$ = ?

$3\bar{a} - 4\bar{b}$ – ?

$\bar{a}+\bar{b} = \{-1;4;-2\}$

$3\bar{a}\{6;0;9\}$, $4\bar{b}\{-12;16;-20\}$

$3\bar{a} - 4\bar{b} = \{18;-16;29\}$

47. $\bar{a}\{3;-5;8\}$

$\bar{b}\{-1;1;-4\}$

$|\bar{a}+\bar{b}|$ – ?

$|\bar{a}-\bar{b}|$ – ?

$\bar{a}+\bar{b} = \{2;-4;4\}$, $|\bar{a}+\bar{b}| = \sqrt{4+16+16} = 6$

$\bar{a}-\bar{b} = \{4;-6;12\}$, $|\bar{a}-\bar{b}| = \sqrt{16+36+144} = 14$

48. $\bar{a}\{2;-3;6\}$

$\bar{b}\{-1;2;-2\}$

$|\bar{c}| = 2\sqrt{42}$

$\bar{c}$ – ?

$|\bar{b}| = |\bar{OK}|$

$|\bar{a}| = \sqrt{4+9+36} = 7$, $|\bar{b}| = \sqrt{1+4+4} = 3$

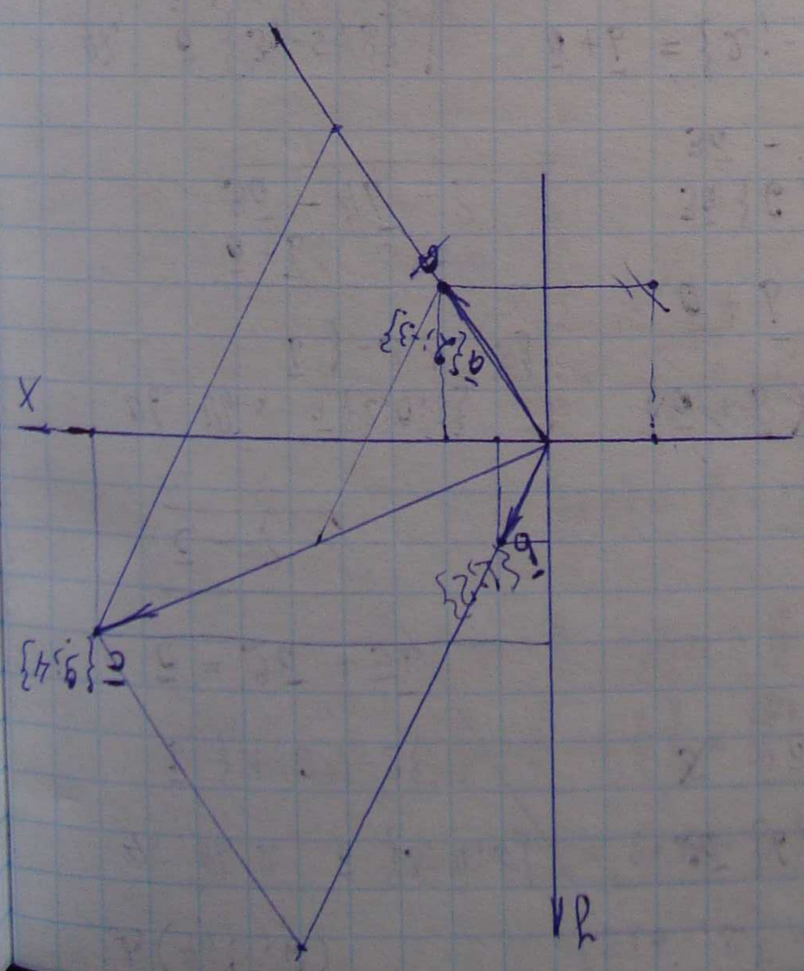
$\frac{|\bar{b}|}{|\bar{a}|} = \frac{3}{7} \Rightarrow \bar{OK} = \frac{3}{7}\bar{a} = \left\{\frac{6}{7}; -\frac{9}{7}; \frac{18}{7}\right\}$

$\bar{OK} + \bar{b} = \left\{-\frac{1}{7}; +\frac{5}{7}; \frac{4}{7}\right\}$

$|\bar{OK}+\bar{b}| = \sqrt{\frac{42}{49}} = \frac{\sqrt{42}}{7}$: $\frac{|\bar{c}|}{|\bar{OK}+\bar{b}|} = 14$

$|\bar{c}| = 14$ $\bar{c} = 14(\bar{OK}+\bar{b}) = \{-2;10;8\}$ или $\{2;-10;-8\}$

49.



52.) $(\bar{m}+\bar{n})^2 = |\bar{m}+\bar{n}|^2$

$|\bar{m}+\bar{n}|^2 = |\bar{m}|^2 + |\bar{n}|^2 + |m||n|\sqrt{3} = 2+\sqrt{3}$

P) $(\bar{a}-\bar{b})^2 = |\bar{a}-\bar{b}|^2$, нужно $|\bar{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\bar{b}| = 4$, $(\widehat{\bar{a}\,\bar{b}})$

$|\bar{a}-\bar{b}|^2 = |a|^2 + |\bar{b}|^2 + |a||b|\sqrt{2} = 8 + 16 + 16 = 40$ ответ: 40

$|\bar{a}-\bar{b}| =$

54. $|\bar{a}| = 13$
$|\bar{b}| = 19$
$|\bar{a}+\bar{b}| = 24$
$|\bar{a}-\bar{b}| - ?$

$= \sqrt{2(|\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2) - |\bar{a}+\bar{b}|^2} =$
$= \sqrt{2\cdot 169 + 2\cdot 361 - 576} = \bar{a}$
$= 22$

56. $\bar{a} = 3\bar{p} + 2\bar{q} = \{3;2\}$
$\bar{b} = \bar{p} + 5\bar{q} = \{1;5\}$
$\bar{a}\bar{b} = 3 + 7 = 10$, $|\bar{a}| = \sqrt{13}$, $|\bar{b}| = \sqrt{26}$

$\cos\varphi = \frac{\bar{a}\bar{b}}{|\bar{a}||\bar{b}|} =$ $\varphi - ?$

$\varphi = \arccos$

57. $\bar{a}\{3;4;$
$\bar{b}\{9;-5;$

$\bar{a}\bar{b} - ?$

58. $\bar{a}\{m;3;$
$\bar{b}\{4;-m$

$\bar{a}\bar{b}$

$m - ?$

59.) $\bar{a}\{1;1;$
$\bar{b}\{1;-2$

$\varphi - ?$

$A(a$
$B(0$

$(\widehat{AB}$

$A\bar{a}\{-1;1;0\}$
$\bar{b}\{1;-2;2\}$

$\bar{a}\{1;1;0\}$
$\bar{b}\{0;1;$
$\bar{c}\{x;y;z\}$

$$\cos\varphi = \frac{\bar a \bar b}{|\bar a||\bar b|} = \frac{10}{13\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{13}$$

$$\varphi = \arccos\frac{5\sqrt{2}}{13}$$

57. $\bar a = \{3; 4; 7\}$
$\bar b \{2; -5; 2\}$
$\bar a \bar b$ – ?

$\bar a \bar b = 6 - 20 + 14 = 0$

58. $\bar a \{m; 3; 4\}$
$\bar b \{4; -m; -7\}$
$\bar a \perp \bar b$
m – ?

$\bar a \bar b = 4m - 3m - 28 = 0$
$m = 28.$ Пр: 28

59. а) $\bar a \{1; 1; -4\}$
$\bar b \{1; -2; 2\}$
φ – ?

$\bar a \bar b = 1 - 2 - 8 = -9$, $|\bar a| = \sqrt{2+16} = 3\sqrt{2}$, $|\bar b| = \sqrt{9} = 3$

$$\cos\varphi = \frac{\bar a \bar b}{|\bar a||\bar b|} = -\frac{9}{9\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\varphi = 135^\circ$

б) $\bar a \{-1; 1; 0\}$
$\bar b \{1; -2; 2\}$
φ – ?

$\bar a \bar b = -1 - 2 = -3$, $|\bar a| = \sqrt{2}$, $|\bar b| = 3$, $\cos\varphi = \frac{\bar a \bar b}{|\bar a||\bar b|} = -\frac{3}{3\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\varphi = 135^\circ$

60. а) $A(a; 0; 0)$
$B(0; 0; 2a)$, $C(a; 0; a)$
$(\widehat{\bar{AB}\,\bar{AC}})$ – ?

$\bar{AB}\{-a; 0; 2a\}$, $\bar{AC}\{0; 0; a\}$

$\bar{AB} \cdot \bar{AC} = 2a^2$, $|\bar{AB}| = a\sqrt{5}$, $|\bar{AC}| = a$

$$\cos\varphi = \frac{2a^2}{a^2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\varphi = \arccos\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

б) $\bar a \{1; 1; 0\}$
$\bar b \{0; 1; 1\}$
$\bar c \{x; y; z\}$ – ?

$\bar a \bar b = 1$, $|\bar a| = |\bar b| = \sqrt{2}$, $\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\bar c \bar a = x + y$, $|\bar a| = \sqrt{2}$, $|\bar c| = \cancel{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\ \sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x+y}{\sqrt{2}\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \Rightarrow \cancel{x^2+y^2+2xy = x^2+y^2+z^2}$$

$2xy = z^2$

$x + y = \sqrt{2}$

$\bar{b}\cdot\bar{c} = y+z, \quad |\bar{b}| = |\bar{c}| = \sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{y+z}{2} \Rightarrow y+z = \sqrt{2}$$

Из условий $\begin{cases} x+y = \sqrt{2} \\ y+z = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow x = z$

Из длины $x^2+y^2+z^2 = 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2+y^2 = 2 \\ y = \sqrt{2}-x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2 - 2\sqrt{2}x + x^2 = 2$$
$$3x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$$
$$x(3x - 2\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \sqrt{2} \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{3} \\ z = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

Тогда $\bar{c}\{0; \sqrt{2}; 0\}$ или $\left\{\frac{2\sqrt{2}}{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right\}$

61. $\bar{a}\{2;1;0\}, \bar{b}\{0;-2;1\}$

$\varphi_1 - ?$

$\bar{a}+\bar{b} = \{2;-1;1\}$

$\bar{a}-\bar{b} = \{2;3;-1\}$

$(\bar{a}+\bar{b})(\bar{a}-\bar{b}) = 4-3-1 = 0$

$\varphi_1 = 90^\circ$.

62. Найти

$(2\bar{i}-\bar{j})\bar{j} - (\bar{j}-2\bar{k})\bar{k} + (\bar{i}-2\bar{k})^2 = 2\bar{i}\bar{j} - |\bar{j}|^2 - \bar{j}\bar{k} + 2|\bar{k}|^2 + \cancel{|\bar{i}-2\bar{k}|^2} =$

$+|\bar{i}|^2 - 4\bar{i}\bar{k} + 4|\bar{k}|^2 = -1+2+1+4 = 6$

тпр $|\bar{a}| = |\bar{b}|$, шуны $\bar{a}+\bar{b}$ -ны ромбтай $\bar{a}$ ба $\bar{b}$-ний суурьтай шүргэгч:

10 ⁴⁄₅

тпр $|\bar{a}+\bar{b}| = |\bar{a}-\bar{b}|$, шуны $\bar{a} \hat{} \bar{b} = 90^\circ$

тпр $|\bar{a}+\bar{b}| = |\bar{a}| + |\bar{b}|$, шуны $\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{b}$

тпр $\{\bar{a}+\bar{b}\} = \alpha(\bar{a}-\bar{b})$, шуны $\bar{a}$-ны ба $\bar{b}$-ны хамтрагч тал

тпр $|\bar{a}-\bar{b}| = |\bar{a}| - |\bar{b}|$, шуны $\begin{cases} \bar{a} \uparrow\uparrow \bar{b} \\ |\bar{a}| > |\bar{b}| \end{cases}$

тпр $\frac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \frac{\bar{b}}{|\bar{b}|}$, шуны $\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{b}$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\begin{matrix} \alpha+\beta = x \\ \alpha-\beta = y \end{matrix} \Rightarrow \alpha = \frac{x+y}{2}, \ \beta = \frac{x-y}{2}$

$(x\ln(x) - x)' = \ln x$

$(x(\ln(x)-1))' = \ln x$

тпр $x \to 0 \quad e^{\ln x} \to 0$

$\int \sin^2 x \, dx$

$\int tg^2 x \, dx$

139, 141, 147, 155 [illegible]

$(-\cos^2 x)' = \sin 2x$

$\left(-\frac{\cos 2x}{2}\right)' = \sin 2x$

139, 141, 147, 155 [illegible]

$$(-\cos^2 x)' = \sin 2x$$

$$\left(\frac{-\cos 2x}{2}\right)' = \sin 2x$$

[illegible]:

$10 \frac{45}{}$

80T5C1_2544 Тетрадь 80 л. Серия **"Ассорти"**. Класс "С". Изготовлено ООО "Хатбер-М". Москва, ул. Подольских Курсантов, 3, стр. 2
ГОСТ 13309-90. СЭЗ 77.08.01.546.П.12992.05.05
Оптовая продажа: (095) 105-1108 **www.hatber.ru**

мы делаем мир ярче!

www.jmi.ru wap.jmi.ru

отправь SMS с кодом на 4040 4042

JMI.RU

МЕЛОДИИ Отправь SMS на номер 4040

	МОНОФОНИЯ			
	ПОЛИФОНИЯ	NOKIA, LG SAMSUNG	SIEMENS	Motorola и др.
Britney Spears - Toxic	7677653	7677654	7677655	7677656
Justin Timberlake - Cry me a river	7677685	7677686	7677687	7677688
Prodigy - Girls	7677701	7677702	7677703	7677704
Жанна Фриске - Ла-ла-ла	7679446	7679447	7679448	7679449
Из к/ф - Mortal Combat	7679087	7679088	7679089	7679090
Подольская Наталья - Поздно	7679454	7679455	7679456	7679457
Тутси - Самый-самый	7677480	7677481	7677482	7677483
Шишков Ратмир - Не любишь	7677444	7677445	7677446	7677447
Из к/ф - "Джентельмены удачи"	76758174	76758171	76758172	76758173
Destiny's Child - Soldier	76759394	76759391	76759392	76759393
Placebo - Every you, every me	76759314	76759311	76759312	76759313
Алсу - Always on my mind	76759274	76759271	76759272	76759273
Жили у бабуси 2 весёлых гуся	76759424	76759421	76759422	76759423
Дима Билан - Ты должна рядом быть	76759124	76759121	76759122	76759123
Дискотека Авария - Если хочешь	76759434	76759431	76759432	76759433
Ленинград - Свобода	76759454	76759451	76759452	76759453
Валерий Меладзе - Салют, Вера!	7679956	7679957	7679958	7679959
Narcotic Thrust - I like it	7672287	7672288	7672289	7672290
Tarkan - Du-du	7679273	7679274	7679275	7679276
Ирина Дубцова - О нём	7671193	7671194	7671195	7671196
Ленинград - Музыка из к/ф "Бумер"	767250	767251	767252	767253
Мираж - Музыка нас связала	7676268	7676269	7676270	7676271
Из к/ф - Секс в большом городе	7676192	7676193	7676194	7676195
Мурка	7676598	7676599	7676600	7676601
Серёга - Чёрный бумер	7676288	7676289	7676290	7676291
Триплекс - Музыка из к/ф "Бригада"	7677292	7677293	7677294	7677295

© Первое музыкальное издательство, © БМГ Россия, © Ворнер/Чаппел (Москва), © ШнурОК, © Valentino, © Независимый фонографический Альянс, © Продюсерский центр Игоря Матвиенко, © ЗАО «Си Ди Лэнд+»/ CD Land Records, 2004, © Издательство Джем, © Мэйстрим Продакшн, © Мегалайнер, © Независимое Агентство Авторских Прав, © Русский шансон, © EMI Music Publishing Ltd., © SBA Music Publishing Ltd. © Российское Авторское Общество. © ЗАО «Си Ди Лэнд+»/ CD Land Records, 2004 по исключительной лицензии ООО «Космонавт. Ру».

ЗАСТАВКИ Отправь SMS на номер 4040

7679270 7679279 7679280

- Siemens, Sony Ericsson, Samsung, (101x80 и 120x96) - Nokia (128x128)

76759886 76759887 76756166 76756167 76756186 76756187

76759896 76759897 76756176 76756177 76755346 76755347

ПОЛИФОНИЯ на номер 4040

- Samsung, Nokia - Siemens - Motorola и др.

76759206 76759207 76759208 76759236 76759237 76759238 76759286 76759287 76759288

JAVA-ИГРЫ Отправь SMS на номер 4042

FlightFight	Cop Crasher	Приключения альбо	Fire Fight	Diving Challenge
7672212	7672203	76759980	7672210	7672205

Модели телефонов для которых доступна java-игра:
Nokia: 3100, 3108, 3120, 3200, 3300, 3560, 3600, 3620, 3650, 3660, 5100, 5140, 6010, 6100, 6108, 6200, 6220, 6230, 6620, 6630, 6650, 6660, 6670, 6800, 6810, 6820, 7200, 7210, 7250, 7250i, 7600, 8910i, 7610, 7630.

счастье есть на 9966

9 сломанных роликов
9 заплывов в прорубі
6 -ой кю по- айкидо
6 незабываемых поцелуев

отправь milk на 9966

молодежные знакомства

Для абонентов Москвы и МО стоимость исходящего SMS-сообщения: МТС - 0,118 USD с НДС, "МегаФон" - 0,177 USD с НДС, "Билайн" - 0,177 USD с НДС, входящиесообщения - бесплатно. Для абонентов региональных ператоров подробности о тоимости смотрите на сайте www.jmi.ru

СУПЕР-ЗВУКИ

Отправь SMS на номер 4042

Звук пилы	7677286
Мультяшки (Bang!)	7677287
Кукушка в часах	7677288
Канарейка	7677289
Ку-ка-ре-ку	7677290
Вой сирены	7677602
Блеяние овцы	7677603
Верещание дельфина	7677605
Лай собаки	7677606
Выстрелы из "COLT-223"	7678646
Выстрел из "MAGNUM-357"	7678647
Случайный супер-звук	9999

Список телефонов, поддерживающих Супер-звуки: **Nokia:** 3200, 3220, 3300, 3600, 3620, 3650, 3660, 5140, 6020, 6170, 6230, 6260, 6600, 6620, 6630, 6650, 6670, 6680, 6810, 6820, 7200, 7260, 7270, 7280, 7600, 7610, 7650, 7710, 9300, 9500, N-Gage, N-Gage QD; **Sony Ericsson:** F500, K500, K700, K750, P800, P900; **Siemens:** SL55, C65, C65, X65, S65; **Panasonic:** GD-97; **Motorola:** E365, V220, V80; **LG:** F2100, G1800, G5600, U1100, T5100; **Samsung:** все полифонические модели, кроме A800, N600, N620, T500.

ВНИМАНИЕ! Для того, чтобы загрузить полифоническую мелодию, цветную картинку, супер-звук или java-игру. Ваш телефон должен поддерживать технологию WAP или WAP-GPRS, а услуга WAP должна быть подключена у оператора. Для получения полифонической мелодии Ваш телефон должен поддерживать возможность загрузки и воспроизведения полифонических звонков. Подробная инструкция, полный список поддерживаемых моделей: www.jmi.ru, wap.jmi.ru. Служба поддержки – e-mail: support@jmi-mobil.ru. Услуга оказывается в случае отправки любого SMS-сообщения на номера 4040, 4042, 9966. Для абонентов Москвы и МО стоимость исходящего сообщения на номер 4040: "Билайн" - 0,885 USD вкл. НДС, МТС - 0,885 USD вкл. НДС, "МегаФон" - 0,885 USD вкл. НДС, стоимость исходящего сообщения на номер 4042: "Билайн" - 2,35 USD вкл. НДС, МТС – 2,24 USD вкл. НДС, "МегаФон" - 2,35 USD вкл. НДС. Входящие сообщения - бесплатно. Для абонентов региональных операторов подробности о стоимости и процедуре предоставления услуги на сайте www.jmi.ru. Услуга предоставляется совместно с ООО "Информ-мобил", ОАО "Мобильные ТелеСистемы" Лицензия Минсвязи № 14485 24136, ОАО "ВымпелКом" Лицензия Минсвязи № 23071, ЗАО "Комм Дуо" Лицензия Минсвязи РФ №15002, ООО "Информ-мобил" (торговая марка jmi.ru) Лицензия Минсвязи РФ №23639.

ПОДАРОК ДРУГУ

ОТПРАВЬ ЛЮБУЮ МЕЛОДИЮ, КАРТИНКУ ИЛИ СУПЕР ЗВУК СВОЕМУ ДРУГУ В ПОДАРОК! ДЛЯ ЭТОГО ПОСЛЕ КОДА УКАЖИ НОМЕР ТЕЛЕФОНА ДРУГА НАПРИМЕР:

767250 +7910XXXXXXX

ОТПРАВЬ SMS PLAY НА 4042. УЧАСТВУЙ В ВИКТОРИНЕ И ВЫИГРАЙ МОБИЛЬНЫЙ ТЕЛЕФОН КАЖДЫЙ ДЕНЬ!

ЦИФРОВОЙ ФОТОАППАРАТ КАЖДУЮ НЕДЕЛЮ!